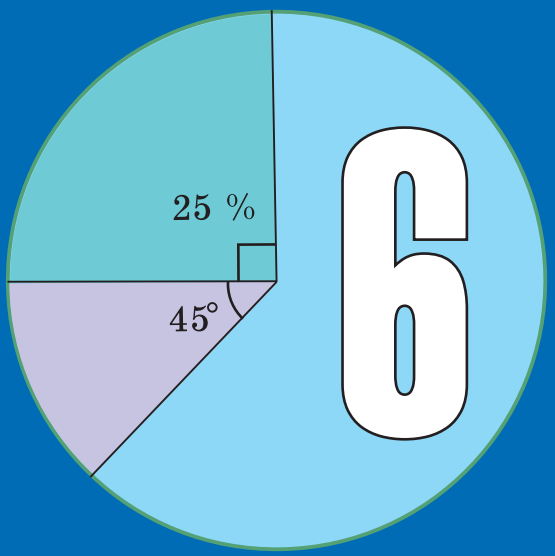
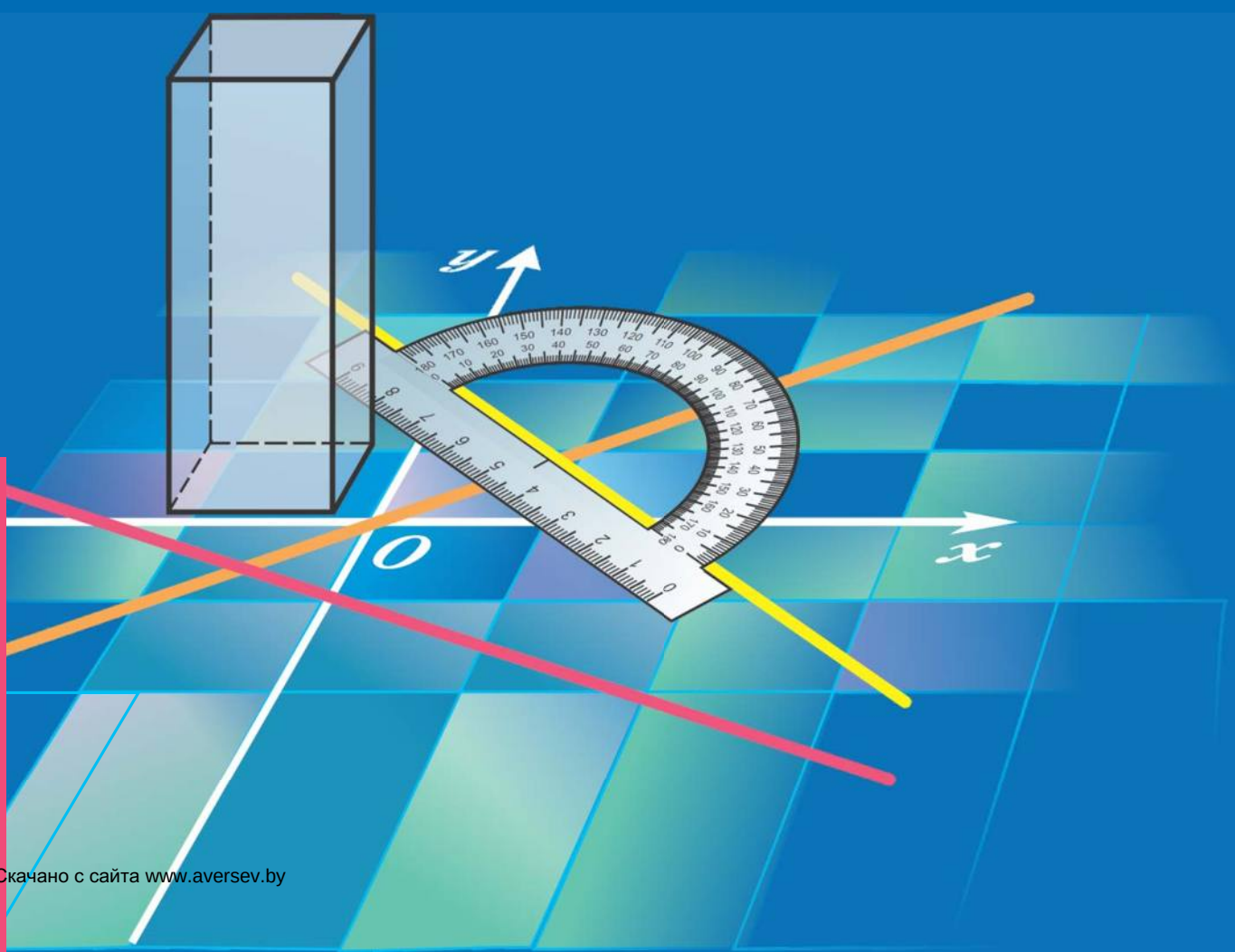
Математика



6



Скачано с сайта www.aversev.by

МАТЕМАТИКА

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ 6 КЛАССА
УЧРЕЖДЕНИЙ ОБЩЕГО СРЕДНЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
С РУССКИМ ЯЗЫКОМ ОБУЧЕНИЯ

Под редакцией профессора
Л. Б. Шнепермана

Допущено
Министерством образования
Республики Беларусь

2-е издание, исправленное

МИНСК
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ОБРАЗОВАНИЯ
2014

Скачано с сайта www.aversev.by

УДК 51(075.3=161.3=161.1)
ББК 22.1я721
М34

А в т о р ы:

Е. П. Кузнецова, Г. Л. Муравьева, Л. Б. Шнеперман, Б. Ю. Ящин, Ю. К. Войтова

Р е ц е н з е н т

канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета *Ю. Д. Чурбанов*

Математика : учеб. пособие для 6-го кл. учрежде-
М34 ний общ. сред. образования с рус. яз. обучения / Е. П. Кузнецова [и др.] ; под ред. Л. Б. Шнеперма-на. — 2-е изд., испр. — Минск : Нац. ин-т образования, 2014. — 328 с. : ил.
ISBN 978-985-559-327-1.

УДК 51(075.3=161.3=161.1)
ББК 22.1я721

ISBN 978-985-559-327-1

© Оформление. НМУ «Национальный институт образования», 2014

Скачано с сайта www.aversev.by

От авторов

Дорогие ребята!

В 6-м классе вы продолжите заниматься арифметикой и узнаете, что такое десятичные дроби и что такое рациональные числа, научитесь выполнять различные действия с ними. Вы узнаете также о пропорциях и процентах, научитесь решать различные задачи, продолжите знакомство с некоторыми геометрическими фигурами и их свойствами.

Упражнения в учебном пособии нумеруются по главам. Число перед точкой обозначает номер главы, число после точки — номер упражнения в этой главе. Например, 1.81 — 81-е упражнение из 1-й главы. Аналогично нумеруются и пункты теории. Пункт 7.3 означает 3-й пункт из 7-й главы.

Упражнения, обозначенные номерами с кружочками, например 2.53°, должен уметь решать каждый учащийся. Все остальные задания предназначены для тех, кто желает углубить свои знания. Наиболее трудные задания отмечены номерами со звездочками, например 5.20*.

Важные сведения выделены в тексте разными шрифтами или отмечены на полях восклицательным знаком .

Весы нарисованы там, где есть возможность сравнивать варианты решения.

Материал, помещенный между треугольниками (▲), предназначен тем, кто интересуется математикой и собирается серьезно изучать ее в дальнейшем.

Исторические сведения выделены в тексте закрашенными квадратами (■). Материал для повторения отмечен знаком . После каждого пункта теории помещены вопросы под знаком .

Желаем успехов!

Скачано с сайта www.aversev.by

Глава 1

ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

1.1. Понятие десятичной дроби

При решении многих задач, особенно при измерении величин, часто используются дроби, знаменатель которых записывается единицей с нулями.

Например, 37 см $= 3\frac{7}{10}$ дм; 3 кг $= \frac{3}{100}$ ц.

Для таких дробей условились вместо «двухэтажной» записи употреблять запись в одну строку, отделяя целую и дробную части друг от друга запятой.

Например, $3\frac{7}{10} = 3{,}7$ (читают: 3 *целых* 7 *десятых*).

Дроби, записанные в таком виде, называются ***десятичными***.

Десятичные дроби — это не новые числа. Так, $3\frac{7}{10}$ и 3,7 — разные записи одного и того же числа.

Если дробь правильная, то считают, что ее целая часть равна нулю, и, когда записывают в виде десятичной дроби, перед запятой пишут цифру 0.

Например, $\frac{23}{100} = 0{,}23$ (читают: 0 *целых* 23 *сотых*).

Цифры, стоящие в десятичной дроби после запятой, называются ***десятичными знаками***.

Скачано с сайта www.aversev.by

В десятичной дроби после запятой столько же цифр, сколько нулей в знаменателе дробной части равной ей обыкновенной дроби.

Так, $\frac{23}{100}$ — в знаменателе 2 нуля; 0,23 — после запятой 2 цифры.

А как записать в виде десятичной дробь $\frac{3}{100}$? Используют такой прием: сначала приписывают к числителю спереди цифру 0 и получают запись $\frac{03}{100}$, где в числителе столько же цифр, сколько нулей в знаменателе. Тогда $\frac{3}{100} = \frac{03}{100} = 0,03$ (читают: 0 *целых* 3 *сотых*).

Еще один пример: $\frac{415}{100\,000} = \frac{00415}{100\,000} = 0,00415$ (читают: 0 *целых* 415 *стотысячных*).

Запятая в записи дробей впервые встречается в 1592 г., а в 1617 г. шотландский математик Джон Непер предложил отделять десятичные знаки от целой части либо запятой, либо точкой.

В странах, где говорят по-английски (Англия, США, Канада и др.), и сейчас вместо запятой пишут точку, например: 2.3, и читают: *два точка три*.

1. Какая запись употребляется для дробей, знаменатель которых — единица с несколькими нулями? Как называют дроби, записанные в таком виде?
2. В каком случае целая часть десятичной дроби записывается нулем?
3. Какие цифры в записи десятичной дроби называются десятичными знаками?
4. Когда обыкновенную дробь записывают в виде десятичной, то что пишут: а) до запятой; б) после запятой?

Скачано с сайта www.aversev.by

Упражнения

1.1.° Запишите в виде десятичных дробей:

1) $22\frac{9}{10}$; $\frac{17}{100}$; $3\frac{15}{1000}$; 2) $\frac{7}{10}$; $5\frac{19}{100}$; $6\frac{89}{10\,000}$.

1.2.° Прочитайте десятичные дроби и назовите для каждой ее целую часть, дробную часть и число десятичных знаков:

1) 85,2; 0,31; 6,0002; 0,00012;

2) 0,4; 14,66; 0,009; 3,000123.

1.3. Запишите цифрами десятичную дробь:

1) пять целых двенадцать сотых;

2) нуль целых четыре сотых;

3) две целых пятнадцать тысячных;

4) нуль целых сорок одна тысячная.

1.4. Запишите частное обыкновенной дробью и десятичной дробью:

1) 15 : 100; 2) 45 : 100;

3) 614 : 100 000; 4) 901 : 10 000.

1.5. Запишите в виде десятичных дробей:

1) $\frac{983\,102}{10\,000}$; $\frac{509\,432\,102}{1\,000\,000}$;

2) $\frac{611\,007}{10\,000}$; $\frac{64\,953\,344}{1\,000\,000}$.

1.6. Приведите обыкновенную дробь к знаменателю 10 и запишите ее в виде десятичной дроби:

1) $\frac{2}{5}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{4}{5}$; 4) $\frac{3}{5}$.

1.7. Приведите обыкновенную дробь к знаменателю 100 и запишите равную ей десятичную дробь:

1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{11}{20}$; 3) $\frac{8}{25}$; 4) $\frac{41}{50}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

1.8. Приведите обыкновенную дробь к знаменателю 1000 и запишите равную ей десятичную дробь:

1) $\frac{6}{125}$; 2) $\frac{9}{250}$; 3) $\frac{21}{500}$; 4) $\frac{1}{200}$.

1.9. Сколько сантиметров в:

1) 7,2 дм; 2) 12,1 дм;
3) 0,12 м; 4) 0,25 м?

1.10. Сколько килограммов в:

1) 3,25 ц; 2) 12,32 ц;
3) 0,512 т; 4) 0,611 т?

1.11. Сколько квадратных сантиметров в:

1) 3,156 $м^2$; 2) 0,845 $дм^2$;
3) 0,8 $дм^2$; 4) 0,8 $м^2$?

1.12. Сколько квадратных метров в:

1) 0,085 га; 2) 42,6 га;
3) 0,06 а; 4) 9,009 а?

1.13. Сколько кубических сантиметров в:

1) 7,06 $м^3$; 2) 26,7 $м^3$;
3) 0,2635 $дм^3$; 4) 0,05 $дм^3$?

1.14. Теплоход прошел $\frac{2}{5}$ расстояния AB. Найдите AB, если до половины пути осталось еще 13 км 400 м.

1.15. Половина маршрута на 23 км 100 м меньше, чем $\frac{7}{10}$ этого маршрута. Найдите длину маршрута.

1.16.* В столовой теплохода стоят: 12 столов для 4 туристов каждый, 7 столов для 8 туристов каждый и 6 столов для 12 туристов каждый. Во время завтрака за 19 столами все места оказались заня-

Скачано с сайта www.aversev.by

тыми, а несколько четырехместных столов остались свободными. На завтрак каждый турист получает по стакану сока. Сколько пакетов с соком надо вскрыть, если каждый пакет вмещает 5 стаканов сока?

1.2. Разряды в записи десятичных дробей

В десятичной системе счисления значение каждой цифры в записи натурального числа зависит от того, в каком разряде она записана. Так, единица в разряде сотен означает 100; единица в разряде десятков — 10; единица в разряде единиц — 1.

Можно заметить такое свойство: единица каждого следующего разряда в 10 раз меньше единицы предыдущего разряда. Оно сохраняется и для десятичных дробей, если ввести новые разряды:

• ***разряд десятых*** — первый разряд после запятой; единица в нем означает $\frac{1}{10}$;

• ***разряд сотых*** — второй разряд после запятой; единица в нем означает $\frac{1}{100}$;

• ***разряд тысячных*** — третий разряд после запятой и т. д.

Таким образом, для десятичных дробей, как и для натуральных чисел, ***разряд*** — это место, на котором в записи числа стоит цифра.

Число, записанное десятичной дробью, можно записать обыкновенной дробью (говорят: *обратить десятичную дробь в обыкновенную*). Например,

$$15{,}274 = 15\frac{274}{1000}; \quad 0{,}013 = \frac{13}{1000}.$$

Скачано с сайта www.aversev.by

Таким образом, получаем правило:

чтобы обратить десятичную дробь в обыкновенную, нужно:

1) **записать целую часть дроби, а если это 0, то ее не писать;**
2) **в числителе дробной части записать число, стоящее после запятой, а в знаменателе записать единицу и столько нулей, сколько знаков справа от запятой.**

В Древнем Китае уже пользовались десятичной системой мер, причем записывали и читали дроби словами. Например, дробь 2,135436 читали так: 2 *чи*, 1 *цунь*, 3 *доли*, 5 *порядковых*, 4 *шерстинки*, 3 *тончайших*, 6 *паутинок*.

Десятичные дроби были независимо открыты учеными разных стран в X, XV и XVI вв. Их полная теория была разработана в XIX в.

1. Какое число означает единица в разряде:
   а) десятых; б) сотых; в) тысячных; г) миллионных?
2. Какое свойство разрядных единиц вы знаете?
3. Между какими двумя разрядами в десятичной дроби стоит запятая?
4. Как обратить десятичную дробь в обыкновенную?

Упражнения

1.17.° Назовите цифру, которая в записи десятичной дроби 9876,5421 находится в разряде:
1) сотен, единиц, сотых, тысячных;
2) тысяч, десятков, десятых, десятитысячных.

1.18.° Прочитайте дробь и назовите, сколько единиц в разряде десятых, сотых, тысячных и десятитысячных она содержит:
1) 0,2395; 2) 1,3641;
3) 15,6048; 4) 233,0591.

Скачано с сайта www.aversev.by

1.19.° В каждой дроби назовите разряд, в котором находится цифра 5, и запишите число, ею обозначенное:

1) 0,265; 0,526; 0,6205;

2) 0,256; 0,1625; 0,6052.

1.20. Запишите и прочитайте десятичные дроби, заданные в таблице:

	Целая часть дроби	Разряды в записи десятичной дроби					
		десятые	сотые	тысячные	десятитысячные	стотысячные	миллионные
1)	0	8		3	7		
2)	0	1	1	9			1
3)	2		9			1	
4)	5			8	1		3

1.21. Назовите разряды, которым соответствуют первая и последняя цифры в записи дробей:

1) 1654,0078; 7210,308702;

2) 346,2407; 60 070,010409.

1.22. Сколько десятичных знаков в записи десятичной дроби, если ее название заканчивается словом:

1) тысячных; 2) стотысячных;

3) десятитысячных; 4) миллионных?

1.23. Запишите десятичную дробь, состоящую из:

1) 9 сотен и 4 сотых;

2) 6 тысяч и 5 тысячных;

3) 7 миллионов и 5 десятитысячных;

4) 1 миллиарда и 4 миллионных.

Скачано с сайта www.aversev.by

1.24. Только одна цифра в записи десятичной дроби отлична от 0. Приведите пример такой дроби, зная, что эта цифра находится в разряде:
1) десятых, десятитысячных, сотых;
2) тысячных, стотысячных, миллионных.

1.25.° Обратите десятичную дробь в обыкновенную:
1) 160,078; 2) 128,305;
3) 0,5411; 4) 0,2087;
5) 20,004571; 6) 4,0011171.

1.26. Запишите значение выражения десятичной дробью и назовите разряд, в котором находится цифра 2:
1) $17+\frac{2}{100}+\frac{7}{10\,000}+\frac{1}{100\,000}$;
2) $\frac{9}{1000}+\frac{7}{100\,000}+\frac{2}{100\,000\,000}$.

1.27.* Установите закономерность и запишите три следующих числа данного числового ряда:
1) 0,5; 0,55; 0,555; 0,5555; ...;
2) 0,98; 0,9898; 0,989898; ... .

1.28. Запишите десятичной дробью сумму:
1) $\frac{121}{1000}$ т + $\frac{45}{1000}$ т; 2) $\frac{363}{1000}$ см + $\frac{29}{1000}$ см.

1.29. В первом из трех ящиков было $20\frac{625}{1000}$ кг яблок. Когда из него продали $8\frac{125}{1000}$ кг, из второго ящика переложили в третий $5\frac{5}{10}$ кг, а из третьего продали $2\frac{375}{1000}$ кг, то во всех ящиках осталось яблок поровну. Сколько килограммов яблок было первоначально в третьем ящике? Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Скачано с сайта www.aversev.by

1.30. В трех ящиках были гвозди. Когда из первого переложили во второй $5\frac{75}{100}$ кг, из второго продали $14\frac{375}{1000}$ кг, а из третьего продали на $9\frac{75}{100}$ кг меньше, чем из второго, то в каждом осталось по $11\frac{125}{1000}$ кг. Сколько килограммов гвоздей было в каждом ящике первоначально? Ответ запишите в виде десятичной дроби.

1.31.* Для детского сада купили 20 больших и маленьких наборов формочек для игры в песочнице. Каждый большой набор содержал 7 формочек, а каждый маленький — 5 формочек. Во всех наборах вместе 128 формочек. Сколько купили больших наборов и сколько маленьких?

1.3. Метрическая система мер

Мы знаем, что за основную единицу измерения длины у нас, как и в большинстве стран, принят метр. Для измерения небольших отрезков пользуются десятой, сотой, тысячной и т. д. частями метра:

• 1 дм = 0,1 м («деци» — от латинского *decem* — десять);

• 1 см = 0,01 м («санти» — от латинского *centum* — сто);

• 1 мм = 0,001 м («милли» — от латинского *mille* — тысяча).

Для измерения больших расстояний пользуются километрами: 1 км = 1000 м («кило» — от французского *kilo*, от греческого *chilioi* — тысяча).

Эти и другие единицы измерения, связанные с метром, образуют ***метрическую систему мер***.

Скачано с сайта www.aversev.by

Метрическая система мер была введена во Франции в 1795 г. В качестве новой единицы длины Парижская академия наук предложила ***метр*** — одну десятимиллионную часть четверти парижского меридиана. Тогда же была предложена новая единица веса (теперь мы говорим «*масса*») — ***килограмм*** — масса одного кубического дециметра воды при температуре 4 °С. В настоящее время килограмм принят за основную единицу измерения массы.

Пользуются и другими единицами массы:

$1\text{ ц} = 100\text{ кг},\ 1\text{ т} = 1000\text{ кг},\ 1\text{ г} = 0{,}001\text{ кг},\ 1\text{ мг} = 0{,}001\text{ г}.$

В метрической системе мер новые единицы измерения образуются из данных с помощью уменьшения или увеличения в 10, 100, 1000 и т. д. раз.

Но единицы измерения времени образуются не таким способом. Исторически за основную единицу измерения времени были приняты ***сутки***. За сутки Земля совершает полный оборот вокруг своей оси. Сутки делятся на 24 часа, час — на 60 минут, а минута — на 60 секунд. Теперь за основную единицу измерения времени принята ***секунда***.

Пример. Выразить в квадратных метрах 34 см^2.

Решение. Так как $1\text{ м}^2 = 10\,000\text{ см}^2$, то $1\text{ см}^2 = \dfrac{1}{10\,000}\text{ м}^2$, а $34\text{ см}^2 = 34 \cdot 1\text{ см}^2 = \dfrac{34}{10\,000}\text{ м}^2 = 0{,}0034\text{ м}^2$.

Ответ: $0{,}0034\text{ м}^2$.

На землях Беларуси в средние века использовались как славянские и западноевропейские меры длины и массы, так и свои. Например: 1 шнур = 75 локтей = 48,7 м; 1 стопа = 12 цалей = 32,5 см; 1 камень = 40 фунтов = = 14,993 кг; 1 гривна (литовская) = 195,5 г; 1 лот = 11,71 г.

Эталоны мер длины и массы хранились в Витебске в каменной Свято-Благовещенской церкви (XII век).

Скачано с сайта www.aversev.by

1. Что является основной единицей измерения длины?
2. Сколько метров в: 1 дм; 1 см; 1 мм; 1 км?
3. Что является основной единицей измерения массы?
4. Сколько килограммов в: 1 ц; 1 т; 1 мг?
5. Что является основной единицей измерения времени?
6. Сколько секунд: в минуте; в часе; в сутках?

Упражнения

1.32.° Какую часть составляет:

1) 1 см от 1 дм;
2) 1 см от 1 м;
3) 1 см от 1 км;
4) 1 мм от 1 см;
5) 1 мм от 1 дм;
6) 1 мм от 1 м?

1.33.° Какую часть составляет:

1) 1 кг от 1 ц;
2) 1 кг от 1 т;
3) 1 г от 1 кг;
4) 1 г от 1 ц;
5) 1 г от 1 т;
6) 1 ц от 1 т?

1.34.° Какую часть метра составляют:

1) 4 дм; 2) 9 дм; 3) 2 см; 4) 8 см;
5) 3 мм; 6) 6 мм; 7) $\frac{1}{2}$ дм; 8) $\frac{4}{5}$ дм?

1.35.° Какую часть дециметра составляют:

1) 2 см; 3 мм; 12 мм; $1\frac{3}{5}$ см;
2) 7 см; 9 мм; 35 мм; $\frac{2}{5}$ см?

1.36.° Выразите в метрах:

1) 64 см; 8 дм 2 см; 8 дм 6 см;
2) 29 см; 3 дм 9 см; 1 дм 3 см.

1.37. Выразите в дециметрах:

1) 6 дм 5 см 3 мм;
2) 2 дм 8 см 1 мм;
3) 4 м 2 дм 8 см 5 мм;
4) 7 м 9 дм 1 см 8 мм;
5) 3 м 1 см;
6) 9 м 5 см.

1.38.° Выразите в дециметрах:

1) 1,2 м; 0,92 м;
2) 0,7 м; 2,75 м.

Скачано с сайта www.aversev.by

1.39.° Выразите в сантиметрах:
1) 0,95 м; 19,09 м; 2,7 м; 4,1 дм;
2) 8,37 м; 0,04 м; 0,8 м; 0,8 дм.

1.40.° Выразите в километрах и метрах:
1) 14,567 км; 2,56 км; 45,09 км;
2) 20,763 км; 5,7 км; 33,005 км.

1.41.° Выразите в килограммах:
1) 980 г; 1,2 т; 0,88 ц;
2) 64 г; 0,25 т; 15,98 ц.

1.42.° Выразите в тоннах:
1) 1 т 247 кг; 650 кг; 2 т 5 ц;
2) 2304 кг; 4 т 8 ц; 5 т 38 кг.

1.43.° Какую часть часа составляют:
1) 6 мин; 2) 12 мин;
3) 15 мин; 4) 30 мин?

1.44. Выразите время в часах и результат запишите десятичной дробью:
1) 3 ч 30 мин; 15 мин; 75 мин;
2) 2 ч 6 мин; 1 ч 12 мин; 204 мин.

1.45. Запишите десятичной дробью, какую часть составляет:
1) 1 $м^2$ от 1 а; 2) 1 а от 1 га;
3) 1 $м^2$ от 1 га; 4) 1 $см^2$ от 1 $м^2$;
5) 1 $дм^2$ от 1 $м^2$; 6) 1 $см^2$ от 1 $дм^2$.

1.46. Выразите в квадратных метрах:
1) 1 $м^2$ 25 $дм^2$; 9 $дм^2$; 6400 $см^2$;
2) 448 $дм^2$; 3 $м^2$ 98 $см^2$; 3 $м^2$ 5 $дм^2$ 24 $см^2$.

1.47. Выразите расстояние 645 км 600 м в:
1) метрах; 2) километрах.

1.48. Выразите длину 12 м 7 дм 8 см 5 мм в:
1) метрах; 2) дециметрах;
3) сантиметрах; 4) миллиметрах.

Скачано с сайта www.aversev.by

1.49. Выразите массу 2 т 8 ц 12 кг 680 г в:
1) граммах; 2) килограммах;
3) центнерах; 4) тоннах.

1.50. В двух ящиках $24\frac{25}{100}$ кг груш. Если из первого ящика $3\frac{5}{10}$ кг груш переложить во второй, то в первом ящике окажется на $\frac{6}{10}$ кг груш больше, чем во втором. Какой была масса груш в каждом ящике первоначально? Ответ запишите в виде десятичной дроби.

1.51.* Дядя Алеша вдвое старше Миши, а цифры числа лет Миши равны сумме и разности цифр возраста дяди. Сколько лет Мише?

1.4. Равенство десятичных дробей

Числа $\frac{73}{100}$, $\frac{730}{1000}$, $\frac{7300}{10\,000}$ по основному свойству дроби равны: $\frac{73}{100} = \frac{730}{1000} = \frac{7300}{10\,000}$.

Записав каждую из этих дробей в виде десятичной, получим $0{,}73 = 0{,}730 = 0{,}7300$.

Этот пример показывает, что:

1) если к дробной части десятичной дроби приписать справа несколько нулей, то получится дробь, равная данной;

2) если в дробной части десятичной дроби последние цифры нули, то после их отбрасывания получится дробь, равная данной.

Отметим еще, что

любое натуральное число можно записать в виде десятичной дроби.

Скачано с сайта www.aversev.by

Например, записав в равенстве $13 = 13\frac{0}{10} = 13\frac{0}{100} = 13\frac{0}{1000} = \ldots$ каждую из дробей в виде десятичной дроби, получим

$$13 = 13{,}0 = 13{,}00 = 13{,}000 = \ldots .$$

И нуль можно записать в виде десятичной дроби:

$$0 = 0{,}0 = 0{,}00 = 0{,}000 = \ldots .$$

1. Могут ли быть равными десятичные дроби с разным числом знаков после запятой?
2. Как изменится десятичная дробь, если к ее дробной части приписать три нуля? Почему?

Упражнения

1.52.° Для каждой из данных обыкновенных дробей запишите по три равные ей десятичные дроби:

1) $\frac{7}{10}$; $80\frac{55}{100}$; $43\frac{8}{1000}$; 2) $12\frac{4}{10}$; $\frac{83}{100}$; $\frac{5}{10\,000}$.

1.53.° Для каждой из данных дробей запишите и прочитайте дробь с пятью десятичными знаками после запятой, равную ей:

1) 3,2; 12,56; 0,2054; 2) 0,93; 3,2045; 7,201.

1.54.° Запишите в виде десятичной дроби:

1) 4; 2) 9; 3) 213; 4) 648.

1.55. Запишите и прочитайте дробь с n десятичными знаками после запятой, равную данной дроби:

1) дробь 3,5: а) $n = 2$; б) $n = 4$; в) $n = 6$; г) $n = 7$;
2) дробь 2,16: а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n = 7$; г) $n = 10$.

1.56.° Уравняйте число десятичных знаков в записи дробей:

1) 0,8; 3,08; 50,008; 3,0008;
2) 51,256; 8,22; 0,9; 14,05068;
3) 23,5600978; 2,041; 12,6; 301,65029;
4) 1,06508497; 0,0315; 0,1; 24,12; 0,050505.

Скачано с сайта www.aversev.by

1.57.° Отбросьте нули в записи десятичной дроби так, чтобы получилась дробь, равная данной:

1) 0,09007000; 2) 16,505050;

3) 0,000080000; 4) 00000,0005000.

1.58. Мотоциклист в первый час проехал $\frac{3}{8}$ всего пути, во второй час — $\frac{3}{5}$ остатка, а в третий час — остальные 40 км. Найдите весь путь.

1.59. Число дождливых дней составило $\frac{3}{5}$, а число пасмурных, но не дождливых — $\frac{1}{6}$ всех дней в сентябре. Сколько было ясных дней в сентябре?

1.60.* Ирине удалось, используя по два раза цифры 1, 2, 3 и 4, написать восьмизначное число, у которого между единицами стоит одна цифра, между двойками — две, между тройками — три и между четверками — четыре цифры. Какое это число?

1.5. Сравнение десятичных дробей

Чтобы сравнить две десятичные дроби, сначала сравнивают их целые части. **Из двух десятичных дробей меньше та, у которой целая часть меньше.**

Например, $7{,}238 < 9{,}12$, так как $7 < 9$.

Если целые части десятичных дробей равны, то та из них меньше, у которой число десятых меньше.

Например, $7{,}238 > 7{,}14$, так как $7 = 7$ и $2 > 1$, т. е. целые части равны, а число десятых второй дроби меньше числа десятых первой дроби.

Если целые части десятичных дробей равны и числа десятых равны, то та из дробей меньше, у которой число сотых меньше (аналогично для тысячных и т. д.).

Например, $7{,}1238 > 7{,}12199$ (объясните почему).

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 1. Записать в порядке возрастания три десятичные дроби, каждая из которых больше числа 17,104, но меньше числа 17,105.

Решение. Например:

а) 17,1041; 17,1042; 17,1043;

б) 17,10404; 17,10419; 17,10422.

Приведите свой вариант решения.

Пример 2. Сравнить 0,02341 $м^2$ и 23,41 $см^2$.

Решение. Зная, что 1 $м^2 = 10\,000$ $см^2$, получаем

$$0{,}02341\ м^2 = 0{,}02341 \cdot 1\ м^2 = 0{,}02341 \cdot 10\,000\ см^2 =$$

$$= \frac{2341 \cdot 10\,000\ см^2}{100\,000} = \frac{2341\ см^2}{10} = 234{,}1\ см^2.$$

Так как 234,1 $см^2 > 23{,}41$ $см^2$, то 0,02341 $м^2 > 23{,}41$ $см^2$.

1. Как сравнить две десятичные дроби?
2. Какая из двух десятичных дробей больше, если их целые части: а) равны; б) различны?

Упражнения

1.61.° Из дробей укажите ту, в которой содержится больше: а) целых; б) десятых; в) сотых; г) тысячных:

1) 2,863; 1,798;

2) 98,15; 100,066;

3) 2,504; 0,609; 1,71;

4) 5,007; 0,128; 0,435.

1.62.° Верно ли, что:

1) $15 > 14{,}9$;

2) $0{,}5 < 1{,}9$;

3) $24{,}99 < 25{,}1$;

4) $3{,}001 > 2{,}999$?

1.63.° Назовите бóльшую десятичную дробь и запишите результат сравнения с помощью знака «>»:

1) 42,09 и 42,08;

2) 67,25 и 67,24;

3) 7,264 и 7,267;

4) 0,026 и 0,029.

Скачано с сайта www.aversev.by

1.64.° Сравните:

1) 4,598 и 4,659; 2) 1,25 и 1,2415;
3) 5,6089 и 5,6809; 4) 4,0036 и 4,0306.

1.65.° Запишите десятичную дробь, которая расположена между двумя дробями, т. е. больше первой из них, но меньше второй:

1) 0,1 и 0,3; 2) 0,8 и 0,9;
3) 0,25 и 0,27; 4) 1,45 и 1,46.

1.66.° Укажите все натуральные числа, которые заключены между двумя дробями, т. е. больше первой из них, но меньше второй:

1) $\frac{6}{10}$ и 4,9; 2) 3,7 и $5\frac{8}{10}$;
3) $96\frac{5}{12}$ и 102,69; 4) $78\frac{3}{11}$ и 81,71.

1.67.° Запишите три десятичные дроби, расположенные между двумя числами, т. е. каждая из них больше первого числа, но меньше второго:

1) 1000 и 1001; 2) 309 и 310;
3) 0,5 и 0,8; 4) 1,2 и 1,3;
5) 5,4 и 5,41; 6) 0,9 и 0,91.

1.68.° Между какими последовательными натуральными числами расположено число:

1) 1,5; 2) 3,2;
3) 12 045,7; 4) 909 994,984?

1.69.° Укажите, какое из трех данных чисел наибольшее, какое — наименьшее:

1) 4,95; 8,1; 3,591; 2) 0,648; 2; 1,0007.

1.70.° Запишите дроби в порядке возрастания:

1) 3,57; 4,22; 2,462; 5,7;
2) 60,507; 60,57; 60,057; 60,705.

1.71.° Запишите дроби в порядке убывания:

1) 0,68; 0,82; 0,93; 0,59;
2) 15,432; 15,234; 15,324; 15,423.

Скачано с сайта www.aversev.by

1.72.° Сравните:

1) $3{,}2$ и $3\frac{1}{2}$;
2) $17\frac{1}{5}$ и $17{,}5$;
3) $0{,}43$ и $\frac{43}{10}$;
4) $6{,}07$ и $6\frac{7}{100}$;
5) $104{,}12$ и $104\frac{3}{25}$;
6) $15\frac{3}{4}$ и $15{,}34$.

1.73.° Вместо символа $\star$ вставьте (если возможно) цифру так, чтобы было верно неравенство:

1) $3{,}01 < 3{,}0\star$;
2) $3{,}\star1 < 3{,}01$;
3) $3{,}01 < 3{,}\star1$;
4) $3{,}01 < 3{,}\star2$;
5) $3{,}01 > 3{,}0\star$;
6) $3{,}\star1 > 3{,}09$;
7) $3{,}01 > 3{,}\star9$;
8) $3{,}09 > 3{,}\star9$.

Сравните **(1.74—1.75)**.

1.74.° 1) 0,56 м и 74 см;
2) 0,025 кг и 250 г;
3) 4,2 $м^2$ и 0,04 $км^2$;
4) 2,3 км и 2003 м;
5) 2,8 т и 199 ц;
6) 0,051 $м^2$ и 5,2 $см^2$.

1.75. 1) 2,99 м и 3,1 дм;
2) 4 м 45 см и 4,4 м;
3) 44,5 ц и 4,54 т;
4) 6,8 кг и 6 кг 80 г;
5) 2 $см^2$ 6 $мм^2$ и 2,6 $дм^2$;
6) 15,9 $дм^2$ и 1 $м^2$ 6 $дм^2$.

1.76. Как изменится (и почему) десятичная дробь 26,0004000, если в ее дробной части отбросить один или несколько нулей, стоящих в записи:
1) перед цифрой 4;
2) после цифры 4?

1.77. В дробной части дроби 50,0050505 зачеркните три нуля так, чтобы получилась дробь:
1) наибольшая из всех возможных;
2) наименьшая из всех возможных.

1.78. Автомобиль проезжает $\frac{3}{4}$ км за 1 мин. За какое время он проедет 1 км?

Скачано с сайта www.aversev.by

1.79. Самолет пролетел $\frac{1}{4}$ расстояния между городами за $\frac{7}{10}$ ч. Какую часть он пролетел за 1 ч? За какое время он пролетит все расстояние?

1.80.* На столе стоит семь перевернутых стаканов. Разрешается одновременно переворачивать любые два стакана. Можно ли добиться того, чтобы все стаканы стояли правильно?

1.6. Изображение десятичных дробей на координатном луче

На координатном луче можно изображать десятичные дроби точно так же, как и обыкновенные дроби. Изобразим, например, на координатном луче число 0,7. Для этого единичный отрезок OE разделим на 10 равных частей и отложим одну такую часть 7 раз от точки O (рис. 1). Получим точку с координатой 0,7 (мы говорим также: *точку* 0,7). Обозначив эту точку, например, буквой A, можно записать $A(0{,}7)$ — читают: *точка A с координатой* 0,7.

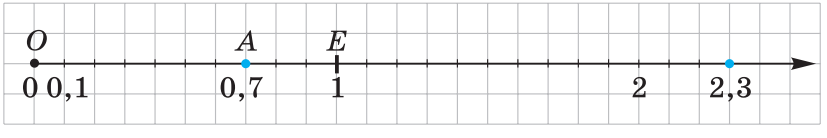


Рис. 1

Координатный луч располагают обычно горизонтально слева направо.

Чтобы изобразить на координатном луче число 2,3, отметим сначала на нем точку 2, а затем отложим от нее вправо десятую часть единичного отрезка 3 раза (см. рис. 1). Получим точку 2,3.

Так как $0{,}7 < 2{,}3$, то на координатном луче точка 0,7 расположена левее точки 2,3. Напомним также:

Скачано с сайта www.aversev.by

из двух чисел меньше то, которому на горизонтальном координатном луче соответствует точка, расположенная левее.

1. Как изобразить на координатном луче:
   а) числа 0,8 и 1,4; б) точки $K(2,1)$ и $M(3,7)$?
2. Как сравнить числа a и b с помощью координатного луча?

Упражнения

1.81.° Запишите координаты точек, изображенных на рисунке 2.

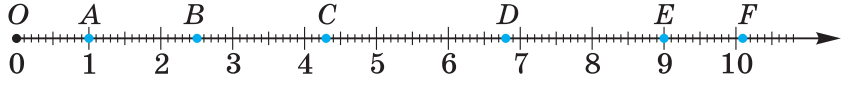


Рис. 2

1.82.° На координатном луче с единичным отрезком, равным 10 см, отметьте числа:
1) 0,1; 2) 0,7; 3) 0,4; 4) 0,8;
5) 0,5; 6) 0,3; 7) 0,6; 8) 0,9.

1.83.° На координатном луче отметьте числа:
1) 1,1; 1,5; 1,8; 2,2; 2) 2,5; 2,7; 3,1; 3,4;
3) 3,1; 3,2; 3,3; 3,4; 4) 3,6; 3,7; 3,8; 3,9.

1.84.° На координатном луче изобразите точки:
1) $A(0,2)$; $C(2,1)$; $F(2,8)$;
2) $B(1,5)$; $D(5,7)$; $G(4,3)$.

1.85.° На координатном луче (длина единичного отрезка равна 1 см) отметьте точку, находящуюся от начала луча на расстоянии:
1) 0,5 см; 2) 1,5 см; 3) 2,5 см; 4) 3,5 см.
Обозначьте эту точку, запишите ее координаты.

1.86. Какая из точек расположена на горизонтальном координатном луче левее:
1) $D(5,647)$ или $F(8,1)$; 2) $N(72,003)$ или $F(73,2)$;
3) $S(9,532)$ или $T(9,2)$;
4) $M(105,00851)$ или $F(105,085)$?

Скачано с сайта www.aversev.by

1.87. В каком порядке на координатном луче (слева направо) расположены точки $A(12{,}654)$, $C(1{,}256)$, $E(2{,}651)$, $H(12{,}456)$, $K(12{,}564)$, $T(1{,}265)$?

1.88. Запишите пять десятичных дробей, которые меньше числа 12 и расположены на координатном луче правее точки:

1) $A(0{,}9)$; 2) $B(10{,}1)$;
3) $C(11{,}99)$; 4) $D(11{,}98)$.

1.89. На обработку каждой из четырех деталей рабочий тратил в среднем по $1\frac{4}{5}$ ч. На обработку первой детали он затратил $2\frac{1}{10}$ ч, второй — на $\frac{4}{15}$ ч меньше, а на обработку третьей — 1 ч 40 мин. Сколько времени ушло на обработку четвертой детали?

1.90. В первый день мотоциклист проехал 324 км, во второй — $\frac{11}{12}$ этого расстояния, а в третий — в $1\frac{1}{6}$ раза больше, чем во второй день. За какое время мотоциклист, двигавшийся со скоростью $43\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, проехал весь путь (не считая времени на остановки)?

1.91.* В соревнованиях по стрельбе участвовало 30 человек. Первый стрелок выбил 80 очков, второй — 60 очков, третий — среднее арифметическое очков первых двух, четвертый — среднее арифметическое очков первых трех. Сколько очков выбил последний стрелок, если каждый следующий выбивал среднее арифметическое очков, выбитых предыдущими стрелками?

Скачано с сайта www.aversev.by

1.7. Биссектриса угла

Изобразим на листе бумаги угол AOB (рис. 3, *а*). Перегнем лист бумаги так, чтобы стороны угла OA и OB совместились (рис. 3, *б*). Затем развернем лист и по линии сгиба проведем луч OC (рис. 3, *в*). При перегибании листа углы AOC и BOC совмещаются; значит, они равны. Поэтому луч OC делит угол AOB на два равных угла — AOC и BOC. Этот луч называют биссектрисой угла AOB.

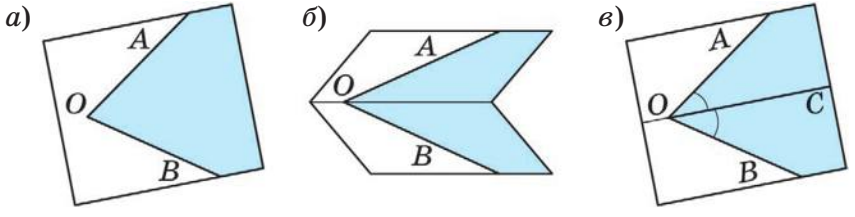


Рис. 3

Биссектрисой угла **называется луч с началом в его вершине, который делит угол на два равных угла.**

Биссектрису угла можно построить, используя транспортир. Например, дан угол MKN (рис. 4, *а*). Измерив его величину транспортиром, получим 84° (убедитесь в этом). Биссектриса KL делит угол MKN на два равных угла по 42° каждый (рис. 4, *б*).

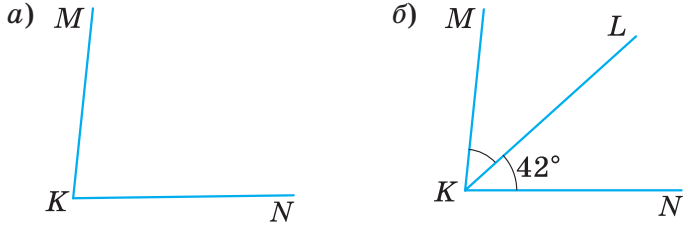


Рис. 4

1. Вспомните, какие фигуры (углы) называются равными?
2. Что называется биссектрисой угла?

Скачано с сайта www.aversev.by

Упражнения

1.92.° Верно ли, что луч OM является биссектрисой угла AOB (рис. 5)?

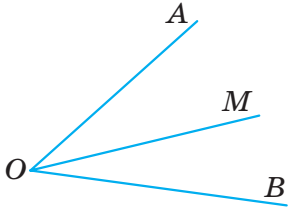
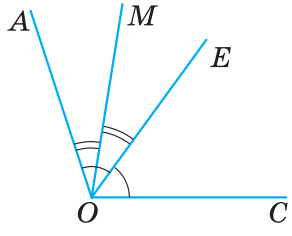


Рис. 5

1.93.° Луч OE является биссектрисой угла AOC, луч OM — биссектрисой угла AOE (рис. 6). Найдите градусную меру угла AOC и укажите рисунок, на котором он изображен, если:

1) $\angle AOE = 48°$; 2) $\angle MOE = 22°$;
3) $\angle AOM = 15°$; 4) $\angle COM = 84°$.

а)



б)

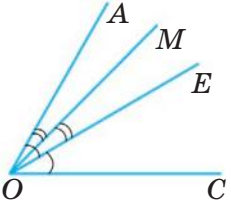


Рис. 6

1.94.° Какой из лучей OB, OE, OC является биссектрисой угла (рис. 7):

1) AOM; 2) MOE?

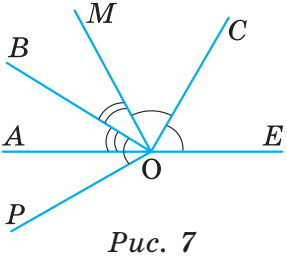


Рис. 7

1.95. Найдите градусную меру угла AOC (см. рис. 7), если известно, что:

1) $\angle AOM = 56°$; 2) $\angle AOB = 30°$;
3) $\angle COE = 61°$; 4) $\angle BOP = 32°$.

1.96. На рисунке 8 укажите биссектрису угла:

1) MON; 2) QOR; 3) QON; 4) MOF;
5) DOE; 6) RON; 7) ROF; 8) QOF.

Скачано с сайта www.aversev.by

1.97. На рисунке 8 назовите хотя бы один угол, биссектрисой которого является луч:
1) OQ; 2) OD;
3) OR; 4) OE;
5) OF.

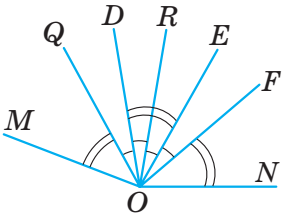


Рис. 8

1.98. Изобразите равные углы AOB и AOC. Назовите биссектрису угла BOC.

1.99. Изобразите равные углы AOB, AOC и DOB. Назовите биссектрису угла:
1) BOC; 2) DOA.

1.100. Прямые AD, FG, MN, пересекаясь в точке O, образуют шесть равных углов при вершине O (рис. 9). Назовите биссектрису угла:
1) FON; 2) AOG;
3) NOD; 4) MOG;
5) DOF; 6) AOM.

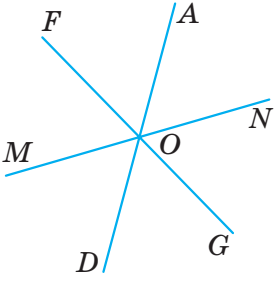


Рис. 9

1.101. Постройте биссектрису угла, равного:
1) 40°; 2) 50°; 3) 130°; 4) 110°.

1.102. Постройте биссектрису угла:
1) развернутого; 2) прямого;
3) острого; 4) тупого.

1.103. Постройте смежные углы и их биссектрисы. Измерьте угол между биссектрисами. Сделайте вывод о градусной мере угла, образованного биссектрисами смежных углов.

1.104. Разделите на четыре равных угла угол, равный:
1) 88°; 2) 72°; 3) 128°; 4) 156°.

Скачано с сайта www.aversev.by

1.105. Два автобуса вышли одновременно навстречу друг другу со станций, расстояние между которыми 58 км. Скорость одного автобуса 38 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а другого — $34\frac{1}{2}$ $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Через какое время автобусы встретятся?

1.106. От пристани в 10 ч отошел плот, а в 13 ч от нее против течения отошла моторная лодка с собственной скоростью $10\frac{1}{2}$ $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Какое расстояние будет между ними в 14 ч 30 мин, если скорость движения плота $2\frac{1}{5}$ $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$?

1.107.* Найдите два таких числа, чтобы при умножении первого числа на 2 получился квадрат второго, а при умножении первого числа на 3 — куб второго.

Скачано с сайта www.aversev.by

Глава 2

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

2.1. Сложение десятичных дробей

Поясним, как складываются десятичные дроби.

Пример 1. Найти сумму чисел 4,29 и 23,47.

Решение. Каждая десятичная дробь равна некоторой обыкновенной дроби, а складывать обыкновенные дроби мы умеем:

$$4,29 + 23,47 = \frac{429}{100} + \frac{2347}{100} = \frac{429 + 2347}{100} =$$

$$= \frac{2776}{100} = 27\frac{76}{100} = 27,76.$$

Ответ: 27,76.

Мы видим, что сложение десятичных дробей сводится к сложению натуральных чисел. Поэтому можно слагаемые записать столбиком, расположив их так, чтобы цифры одноименных разрядов располагались одна под другой:

$$\begin{array}{r} 4,29 \\ +\ 23,47 \\ \hline 27,76 \end{array}$$

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 2. Найти сумму чисел 9,07 и 13,284.

Решение. Уравняем количество цифр после запятой, приписав к первому слагаемому нуль, и запишем:

$$\begin{array}{r} 9{,}070 \\ +\ 13{,}284 \\ \hline 22{,}354 \end{array}$$

Ответ: 22,354.

Чтобы сложить две десятичные дроби, надо:
1) уравнять в них число цифр после запятой;
2) записать слагаемые так, чтобы цифры одноименных разрядов располагались одна под другой;
3) выполнить сложение по разрядам;
4) в полученной сумме поставить запятую под запятыми слагаемых.

1. Как сложить десятичные дроби?
2. Как при сложении десятичных дробей можно воспользоваться правилом сложения обыкновенных дробей?

3.* Может ли сумма десятичных дробей быть натуральным числом?

Упражнения

Найдите сумму **(2.1—2.3).**

2.1.° 1) 3,1 + 2,8; 2) 5,7 + 0,2;
3) 16,25 + 2,48; 4) 0,87 + 97,54;
5) 48,059 + 4,625; 6) 0,406 + 39,167.

2.2.° 1) 49,8 + 2908,1; 2) 49,8 + 290,81;
3) 49,8 + 29,081; 4) 49,8 + 2,9081;
5) 0,0498 + 29,081; 6) 0,00489 + 290,81.

2.3.° 1) 0,194 + 43,8; 2) 384,2 + 0,507;
3) 65,0079 + 9834,55; 4) 4931,7 + 0,54709;
5) 0,45088 + 45,088; 6) 145,23 + 1,4523.

Скачано с сайта www.aversev.by

2.4.° Выполните действия:
1) 4,72 + 3,56 + 17,42;
2) 8,347 + 2,571 + 27,482;
3) 0,2354 + 1,5843 + 3,2593;
4) 56,879 + 0,25 + 3,9;
5) 0,7025 + 13,087 + 86,32154;
6) 15,007 + 5,21234 + 0,00068.

2.5.° Сравните с единицей сумму:
1) 0,349 + 0,852; 2) 0,588 + 0,3931;
3) 0,69 + 0,599; 4) 0,72 + 0,278.

2.6.° Вычислите:
1) $2{,}8 + 1\frac{3}{10}$; 2) $4\frac{7}{10} + 0{,}9$;
3) $14{,}85 + 6\frac{33}{1000}$; 4) $\frac{9}{100} + 32{,}078$.

2.7.° Запишите число, которое больше числа 2,45 на:
1) 2,8; 2) 7,18;
3) 67,409; 4) 196,067089.

2.8.° Найдите сумму $9{,}999999 + a$, если:
1) $a = 0{,}001$; 2) $a = 0{,}0001$;
3) $a = 0{,}00001$; 4) $a = 0{,}000001$.

2.9.° Найдите значение выражения $m + 3{,}275$, если:
1) $m = 2{,}8$; 2) $m = 0{,}9$;
3) $m = 0$; 4) $m = 0{,}085$.

2.10. Представьте десятичную дробь 48,12 в виде суммы n равных слагаемых, если:
1) $n = 2$; 2) $n = 3$; 3) $n = 4$; 4) $n = 6$.

2.11. Найдите сумму:
1) 49,7 км + 24,6 км; 2) 45,08 ц + 26,72 ц;
3) 0,845 кг + 2,19 кг; 4) 14,087 м + 8,29 м.

Скачано с сайта www.aversev.by

2.12. Выполните действия и сравните полученные значения выражений:

1) 2 м 15 см + 3 м 46 см и 2,15 м + 3,46 м;
2) 4 ц 52 кг + 2 ц 9 кг и 4,52 ц + 2,09 ц;
3) 4 км 370 м + 985 м и 4,37 км + 0,985 км;
4) 156 т 35 кг + 283 т 750 кг
и 156,035 т + 283,75 т.

2.13. Решите уравнение:

1) $x - 0{,}381 = 6{,}459$; 2) $y - 7{,}3 = 4{,}74$;
3) $t - 6{,}7 = 82{,}3$; 4) $q - 0{,}127 = 3{,}873$.

2.14. Два велосипедиста одновременно выехали навстречу друг другу со скоростями $12{,}5\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ и $8{,}6\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. С какой скоростью они сближаются?

2.15. Скорость течения реки равна $1{,}5\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Найдите скорость движения моторной лодки по течению реки, если собственная скорость моторной лодки равна:

1) $15{,}8\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$; 2) $18{,}7\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$;
3) $14{,}65\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$; 4) $12{,}48\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

2.16. Собственная скорость катера $12{,}8\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Найдите скорость катера по течению реки, если скорость течения реки равна:

1) $1{,}8\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$; 2) $0{,}98\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$;
3) $2{,}1\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$; 4) $1{,}85\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

2.17. Площадь Березинского биосферного заповедника равна 851,9 км^2, а площадь Национального парка «Беловежская пуща» на 648,8 км^2 больше. Найдите площадь Национального парка.

Скачано с сайта www.aversev.by

2.18. Найдите периметр треугольника со сторонами:
1) 4,8 см, 6,7 см и 0,84 дм;
2) 5,6 см, 0,39 дм и 5,6 см;
3) 1,4 м, 4,28 м и 38,7 дм;
4) 3,5 дм, 0,256 м и 4,095 дм.

2.19. На рисунке 10 отрезок CK делит многоугольник $ABCDEF$ на два прямоугольника, площади которых равны 5,84 м^2 и 8,36 м^2. Найдите площадь многоугольника $ABCDEF$.

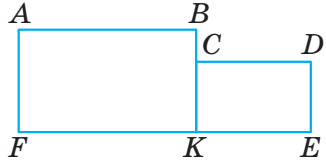


Рис. 10

2.20. Найдите массу футбольного мяча, которая на 0,3 кг больше массы хоккейной шайбы, равной 0,14 кг.

2.21. Имеются три емкости вместимостью 1 л, 2 л и 3 л. В какую из них можно перелить апельсиновый сок из трех банок, в которых находится:
1) 0,2 л, 0,5 л и 0,25 л;
2) 1,2 л, 0,75 л и 1 л;
3) 0,5 л, 1 л и 0,25 л;
4) 1,5 л, 0,2 л и 0,75 л?

2.22. Почта принимает посылки массой до 10 кг. Можно ли послать одной посылкой товары массой:
1) 1,8 кг, 2,5 кг, 4 кг и 1,2 кг;
2) 2,75 кг, 2,95 кг и 5 кг?

2.23.* Три феи пришли на бал в розовом, голубом и белом платьях. Их туфли были тех же цветов. У первой феи цвета платья и туфель совпадали. У второй феи ни туфли, ни платье не были розовыми, а у третьей — голубые туфли и платье другого цвета. Как были одеты феи?

Скачано с сайта www.aversev.by

2.2. Переместительный и сочетательный законы сложения

Каждая десятичная дробь равна некоторой обыкновенной дроби, а для обыкновенных дробей верны переместительный и сочетательный законы сложения. Значит, они верны и для десятичных дробей. Напомним эти законы.

1. *Переместительный закон сложения*: для любых чисел a и b верно равенство

$$a + b = b + a$$

2. *Сочетательный закон сложения*: для любых чисел a, b и c верно равенство

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Часто законы сложения позволяют упрощать вычисления. Например,

$$14{,}92 + 2{,}415 + 11{,}68 + 7{,}285 =$$
$$= (14{,}92 + 11{,}68) + (2{,}415 + 7{,}285) = 26{,}6 + 9{,}7 = 36{,}3.$$

1. Сформулируйте переместительный закон сложения.
2. Сформулируйте сочетательный закон сложения.

Упражнения

2.24.° Укажите равные суммы:

а) $0{,}15 + 2{,}75$; б) $27{,}5 + 0{,}15$;
в) $1{,}5 + 2{,}75$; г) $2{,}75 + 1{,}5$;
д) $2{,}75 + 0{,}15$; е) $0{,}15 + 27{,}5$.

2.25.° Верно ли, что:

1) $0{,}125 + 1{,}025 = 1{,}025 + 0{,}125$;
2) $0{,}9007 + 7{,}009 = 7{,}0009 + 0{,}907$;
3) $3{,}41 + 4{,}51 = 4{,}31 + 3{,}51$;
4) $19{,}705 + 6{,}71 = 6{,}71 + 19{,}075$?

Скачано с сайта www.aversev.by

2.26. Значение какой суммы больше:
1) $5{,}507 + 0{,}89$ или $0{,}98 + 5{,}507$;
2) $4{,}65 + 0{,}807$ или $0{,}708 + 4{,}56$;
3) $10{,}49 + 3{,}024$ или $3{,}024 + 10{,}49$;
4) $0{,}301 + 4{,}009$ или $4{,}09 + 0{,}301$?

2.27.° Укажите верное равенство и найдите значение его правой части:
а) $(16{,}03 + 7{,}21) + 4{,}1 = 16{,}03 + (7{,}21 + 4{,}10)$;
б) $2{,}54 + (11{,}03 + 3{,}46) = (2{,}54 + 11{,}3) + 3{,}46$.

2.28. Составьте все возможные равные суммы из трех дробей: 2,7; 1,068; 7,33.

2.29.° Найдите сумму наиболее удобным способом:
1) $0{,}1 + 3{,}76 + 0{,}9$;
2) $9{,}1 + 2{,}45 + 0{,}9$;
3) $1{,}468 + 7{,}094 + 0{,}532$;
4) $0{,}4082 + 6{,}58 + 4{,}5918$.

2.30.° Вычислите, используя законы сложения:
1) $0{,}4 + 2{,}97 + 0{,}03 + 1{,}6$;
2) $3{,}5 + 4{,}06 + 1{,}5 + 0{,}94$;
3) $5{,}81 + 1{,}8 + 4{,}19 + 8{,}2$;
4) $86{,}2 + 15{,}3 + 13{,}8 + 84{,}7$.

2.31. При $p = 3{,}61$, $n = 2{,}7$, $m = 0{,}39$, $q = 17{,}3$ найдите значение выражения:
1) $p + m$; 2) $n + q$;
3) $(p + m) + 6{,}34087$; 4) $0{,}45022 + (n + q)$;
5) $(p + q) + (m + n)$; 6) $n + (p + q)$.

2.32. Выполните действия:
1) $4\frac{3}{10} + 5{,}4 + 6{,}5 + 7\frac{6}{10} + 8\frac{7}{10} + 9{,}8 + 10{,}5 + 11\frac{2}{10}$;
2) $5\frac{7}{10} + 7\frac{3}{10} + 9{,}72 + 12{,}28 + 2\frac{11}{100} + 14\frac{89}{100}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

2.33. Бронзовую заготовку сплавили из 30,3 кг меди, 4,14 кг цинка и 1,7 кг олова. Какова масса бронзы?

2.34. В одной банке 4,8 кг краски, а в другой — на 2,4 кг больше. Найдите массу всей краски.

2.35. В первый день Колобок преодолел 8,6 км, что на 1,9 км меньше, чем во второй день. Сколько километров преодолел Колобок за два дня?

2.36. Найдите периметр четырехугольника, стороны которого равны 5,4 см, 8,52 дм, 0,36 м и 2,48 дм.

2.37. Найдите периметр треугольника, у которого длина одной стороны равна 3,7 см, а длины второй и третьей сторон больше первой на 0,06 дм и 0,104 дм соответственно.

2.38.* Найдите два таких простых числа, сумма и разность которых также являются простыми числами.

2.3. Вычитание десятичных дробей

Вычитание десятичных дробей тоже сводится к вычитанию натуральных чисел.

Пример 1. Найти разность чисел:
а) 35,8 и 7,862; б) 11,031 и 4,5; в) 4 и 2,0693.

Решение. а) Уравняем количество цифр после запятой, приписав к уменьшаемому два нуля, и запишем:

$$\begin{array}{r} 35{,}800 \\ -\ 7{,}862 \\ \hline 27{,}938 \end{array}$$

б) $\begin{array}{r} 11{,}031 \\ -\ 4{,}500 \\ \hline 6{,}531 \end{array}$ в) $\begin{array}{r} 4{,}0000 \\ -\ 2{,}0693 \\ \hline 1{,}9307 \end{array}$

Ответ: а) 27,938; б) 6,531; в) 1,9307.

Скачано с сайта www.aversev.by

Чтобы из одной десятичной дроби вычесть другую, надо:

1) **уравнять в них количество цифр после запятой;**
2) **записать уменьшаемое и вычитаемое так, чтобы цифры одноименных разрядов располагались одна под другой;**
3) **выполнить вычитание по разрядам;**
4) **в полученной разности поставить запятую под запятыми уменьшаемого и вычитаемого.**

Пример 2. Решить уравнение $7{,}082 - y = 3{,}7349$.

Решение. Чтобы найти неизвестное вычитаемое, надо от уменьшаемого отнять разность, т. е.

$$y = 7{,}082 - 3{,}7349.$$

$$\begin{array}{r} 7{,}0820 \\ -\ 3{,}7349 \\ \hline 3{,}3471 \end{array}$$

Итак, $y = 3{,}3471$.

Ответ: $3{,}3471$.

1. Как из одной десятичной дроби вычесть другую?
2. Как при вычитании десятичных дробей можно воспользоваться правилом вычитания обыкновенных дробей?
3.* Может ли разность десятичных дробей быть натуральным числом?

Упражнения

2.39.° Прочитайте выражение:

1) $2{,}5 - 1{,}87$;
2) $52{,}16 - 17{,}2$;
3) $7{,}8 - (6{,}19 - 6{,}051)$;
4) $(2{,}5 + 3{,}07) - 9{,}004$.

Скачано с сайта www.aversev.by

2.40.° Найдите значение выражения:

1) 11,26 – 7,26; 2) 8,256 – 4,256;
3) 4,9088 – 4; 4) 15,783 – 5,783;
5) 391,064503 – 0; 6) 6022,566 – 6022,566.

Вычислите **(2.41—2.42).**

2.41.° 1) 8,32 – 5,68; 2) 0,502 – 0,389;
3) 1,415 – 1,386; 4) 27,703 – 18,926;
5) 4,102 – 3,593; 6) 806,41 – 677,17.

2.42.° 1) $8,4 - 6\frac{3}{10}$; 2) $12\frac{7}{10} - 4,8$;
3) $5\frac{37}{100} - 4,09$; 4) $8,64 - 3\frac{97}{100}$.

2.43.° Какая из дробей больше и на сколько:

1) 134,2 или 134; 2) 5,642 или 4,642;
3) 1,5007 или 1,507; 4) 4,0011 или 4,011?

2.44.° Какая из дробей меньше и на сколько:

1) 29,45 или 29,54; 2) 123,89 или 132,98;
3) 0,605 или 0,0605; 4) 0,0001 или 0,001?

2.45.° Уменьшите число 25,04 на:

1) 25; 2) 0,04; 3) 5,04; 4) 20,4.

2.46.° Перечертите таблицу в тетрадь и заполните ее.

	1)	2)	3)	4)
Уменьшаемое	5,24	14,3		6,49
Вычитаемое	3,047		5,609	6,49
Разность		4,03	0,04	

2.47. Чему равна разность, если:

1) вычитаемое на 5,119 меньше уменьшаемого 58,042;
2) уменьшаемое 1679,5 на 250,01 больше вычитаемого?

Скачано с сайта www.aversev.by

2.48. Равенство $5{,}296 + 16{,}42 = 21{,}716$ истинно; поясните, верно ли равенство:
1) $21{,}716 - 5{,}296 = 16{,}42$;
2) $21{,}718 - 16{,}44 = 5{,}296$.

2.49. Равенство $11{,}264 - 0{,}3401 = 10{,}9239$ истинно; поясните, верно ли равенство:
1) $(11{,}264 - 10{,}9239) - 0{,}3401 = 0$;
2) $11{,}264 - (0{,}3401 + 10{,}9239) + 10{,}9239 = 11{,}264$.

2.50. Представьте десятичную дробь в виде разности натурального числа и десятичной дроби, меньшей 1:
1) 29,0724; 2) 99,991;
3) 7,054801; 4) 160,46073.

2.51.° Найдите a, если:
1) $0{,}95 + a = 1$; 2) $0{,}63 + a = 1$;
3) $a + 0{,}723 = 1$; 4) $a + 0{,}471 = 1$;
5) $1 - a = 0{,}2784$; 6) $1 - a = 0{,}9358$.

Найдите разность и проверьте результат сложением **(2.52—2.54)**.

2.52.° 1) $5{,}9 - 0{,}15$; 2) $16{,}93 - 5{,}1$;
3) $601{,}5 - 34{,}499$; 4) $109{,}54 - 19{,}504$;
5) $634{,}07 - 6{,}4221$; 6) $432{,}81 - 20{,}7649$.

2.53.° 1) $32{,}45 - 5{,}044$; 2) $25{,}01 - 1{,}449$;
3) $176{,}408 - 55{,}8$; 4) $6055{,}1 - 185{,}728$;
5) $5{,}227 - 0{,}00783$; 6) $19{,}04 - 3{,}40082$.

2.54.° 1) $4 - 0{,}285$; 2) $2 - 0{,}98$;
3) $14 - 8{,}2537$; 4) $16 - 0{,}02893$;
5) $25 - 7{,}00025$; 6) $13 - 4{,}000009$.

Вычислите **(2.55—2.56)**.

2.55. 1) $7{,}18 - 2{,}51 - 3{,}18$; 2) $43{,}584 - 0{,}82 - 3{,}564$;
3) $38{,}3 - 20{,}95 - 7{,}05$; 4) $45{,}2 - 3{,}25 - 21{,}75$.

Скачано с сайта www.aversev.by

2.56. 1) 9,83 – 2,8 – 4,437;
2) 4,61 – 1,2 – 2,375;
3) 42,21 – 21,46 – 10,008;
4) 34,012 – 21,0054 – 4,00078.

2.57. Найдите значение выражения:
1) 15,2 – (4,8 – 3,72);
2) 24,6 – (5,15 – 4,154);
3) (70,04 – 28,406) – (56,8 – 47,964);
4) (1 – 0,2791) – (1 – 0,956);
5) 53,03 – 11,785 – (3,6 – 0,0385);
6) 36,254 – 12,681 – (1,5 – 0,692).

2.58.* Как изменится разность, если:
1) уменьшаемое увеличить на 0,6;
2) вычитаемое уменьшить на 2,7;
3) уменьшаемое увеличить на 5,1, а вычитаемое уменьшить на 2,4;
4) уменьшаемое увеличить на 12,7, а вычитаемое увеличить на 3,1?

2.59.* Чему будет равна разность чисел, если уменьшаемое:
1) увеличить на вычитаемое;
2) уменьшить на разность?

Решите уравнение **(2.60—2.61)**.

2.60. 1) $x + 4{,}7 = 412{,}9$; 2) $6{,}081 - y = 4{,}607$;
3) $28{,}4 - y = 17{,}56$; 4) $15{,}83 - y = 9{,}756$.

2.61. 1) $5x - 26{,}2 - 4x = 15{,}82 - 3{,}75$;
2) $10x + 65{,}4 - 9x = 81{,}34 - 7{,}06$;
3) $45{,}13 + 2x - 15{,}21 - x = 32 + 14{,}14$;
4) $19{,}67 + 8x - 13{,}07 - 7x = 50 - 21{,}08$.

2.62. Вычислите:
1) 17,5 км – 18,4 м; 2) 5,9 т – 0,2 ц;
3) 16,9 ц – 3,25 кг; 4) 5,7 кг – 3,61 г;
5) 15,25 га – 5,8 а; 6) 8,45 м – 7,87 дм;
7) 30,3 $см^2$ – 5,61 $мм^2$; 8) 84,5 $м^2$ – 15,62 $см^2$.

Скачано с сайта www.aversev.by

2.63. Найдите значение выражения 6,01 м – a при a, равном:

1) 6 дм; 2) 6,001 см;
3) 0,0001 км; 4) 6,001 м.

2.64.* Найдите значение выражения m – 2,58 см^2 при m, равном:

1) 4 дм^2; 2) 3 м^2;
3) 4,08 м^2; 4) 10,6 дм^2;
5) 378,4 мм^2; 6) 759,3 мм^2.

2.65.° Собственная скорость катера 12,5 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Найдите скорость катера по реке а) против течения и б) по течению, если скорость течения реки равна:

1) 1,7 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$; 2) 0,95 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$;
3) 2,05 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$; 4) 1,08 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

2.66.° В Голевицком лесничестве Калинковичского района Гомельской области растут два «царь-дуба». Возраст каждого из них более 500 лет, а высота около 30 м. Укажите разницу в их диаметрах, если диаметр первого — 2,08 м, а второго — 15,6 дм.

2.67. Площадь гостиной — 21,7 м^2, площадь спальни на 6,4 м^2 меньше, чем гостиной, а площадь детской на 3,8 м^2 больше, чем спальни. Найдите площадь всей квартиры, если площадь остальных помещений на 18,6 м^2 меньше, чем площадь этих трех комнат.

2.68.* Моторная лодка плыла против течения реки. Под мостом с лодки в воду упал спасательный круг. Через 15 мин это заметили, и лодка, повернув обратно, догнала круг у второго моста. Найдите скорость течения реки, если расстояние между мостами 1 км.

Скачано с сайта www.aversev.by

2.4. Округление десятичных дробей

На рисунке 11, *а* на координатном луче отмечено число $a = 3{,}7284$. На рисунке 11, *б*, где показана в увеличении часть координатного луча, видно, что число $a = 3{,}7284$ находится между числами 3,72 и 3,73. Значит, a больше 3,72 и a меньше 3,73, — это записывается так: $3{,}72 < a < 3{,}73$.

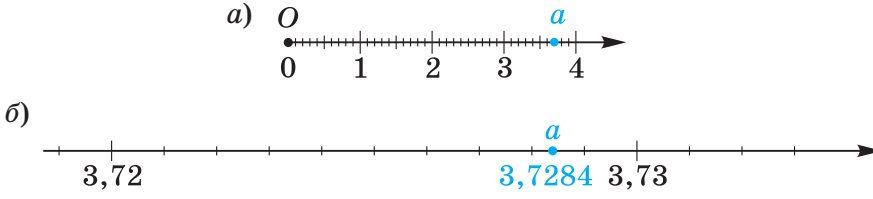


Рис. 11

И число 3,72, и число 3,73 называются ***приближенными значениями*** числа 3,7284. Число 3,72 называется ***приближенным значением числа a с недостатком***, число 3,73 — ***приближенным значением числа a с избытком.***

Говорят также: 3,72 *является приближенным значением числа a с точностью до одной сотой с недостатком; число* 3,73 *является приближенным значением числа a с точностью до одной сотой с избытком.*

На рисунке 11, *б* видно, что $3{,}728 < a < 3{,}729$, значит, число 3,728 — приближенное значение числа a с точностью до одной тысячной с недостатком, а число 3,729 — с избытком.

Приближенные значения чисел получают при их округлении до заданного разряда.

Округлить число до определенного разряда — это значит заменить его ближайшим числом, в котором меньшие разряды отсутствуют.

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 1. Округлить до десятков число 647,52.

Решение. Число 647,52 расположено между числами 640 и 650, ближе к 650. Значит, при округлении до десятков имеем: $647{,}52 \approx 650$.

Мы получили бы тот же результат, если бы округлили до десятков только целую часть этого числа.

Ответ: 650.

Пример 2. Округлить до сотых число 3,723.

Решение. Число 3,723 ближе к 3,72, чем к 3,73 (рис. 12). Значит, при округлении до сотых имеем: $3{,}723 \approx 3{,}72$.

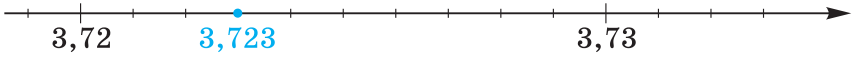


Рис. 12

Ответ: 3,72.

При округлении десятичных дробей удобно пользоваться следующим правилом.

Чтобы округлить десятичную дробь до разряда десятков, сотен, тысяч и т. д., можно отбросить ее дробную часть и к полученному числу применить правило округления натуральных чисел.

Чтобы округлить десятичную дробь до разряда единиц, десятых, сотых и т. д., можно:

1) **все следующие за этим разрядом цифры отбросить;**
2) **если первая отброшенная цифра 5, 6, 7, 8 или 9, то полученное число увеличить на единицу разряда, до которого округляем;**
3) **если первая отброшенная цифра 0, 1, 2, 3 или 4, то полученное число оставить без изменения.**

Округлить число до разряда единиц — это значит заменить его числом, в котором отсутствуют разряды десятых, сотых, тысячных и т. д., т. е. заменить его на-

Скачано с сайта www.aversev.by

туральным числом или нулем. При округлении числа до разряда единиц говорят еще, что *его округляют до целых*.

Пример 3. Округлить число до целых:
а) 3,72; б) 3,49; в) 0,28; г) 0,58.

Решение. а) $3{,}72 \approx 4$; б) $3{,}49 \approx 3$; в) $0{,}28 \approx 0$; г) $0{,}58 \approx 1$.

Ответ: а) 4; б) 3; в) 0; г) 1.

Число, которое получается в результате округления, является приближенным значением данного числа либо с недостатком, либо с избытком.

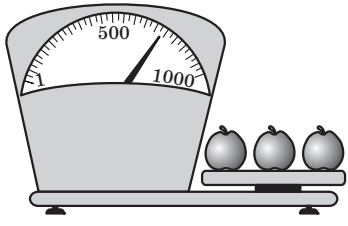


Рис. 13

В повседневной практике приближенное значение встречается гораздо чаще, чем точное. Конечно, когда вы говорите, что купили 3 яблока, то называется точное число купленных яблок. Но когда говорите, что купили 740 г яблок, то называете массу купленных вами яблок приближенно (рис. 13). Так, если цена деления на рыночных весах 5 г, то стрелка весов указывает, что масса яблок m не меньше 740 г и не больше 745 г, т. е. $740 \leq m \leq 745$.

1. Как округлить число до десятых? до тысячных? до целых?
2. Как получить приближенное значение данного числа с точностью до одной тысячной: а) с недостатком; б) с избытком?
3.* В каком случае при округлении числа a получается число: а) меньше a; б) больше a; в) равное a?

Упражнения

2.69.° Точным или приближенным значением некоторой величины является:
1) 18 книг; 2) 28 м;
3) 64 кг; 4) 3 липы?

Скачано с сайта www.aversev.by

2.70.° Среди чисел 9; 9,51; 9,5160; 9,5161; 9,5; 9,52; 10 укажите приближенные значения числа 9,51607:
1) с недостатком; 2) с избытком.

2.71.° Назовите три приближенных значения числа 19,0471:
1) с недостатком; 2) с избытком.

2.72.° Округлите а) до целых; б) до десятых; в) до сотен; г) до сотых число:
1) 3460,54; 2) 15 286,035;
3) 1090,603; 4) 6401,0982.
Является ли результат приближенным значением числа с избытком?

2.73.° Назовите три десятичные дроби, расположенные между числами:
1) 0 и 1; 2) 4 и 5;
3) 99 и 100; 4) 10 000 и 10 001.

2.74.° Назовите три десятичные дроби, расположенные между числами 2,4 и 2,5, которые на координатном луче находятся ближе к числу:
1) 2,4; 2) 2,5.

2.75. Укажите десятичную дробь, которая находится на координатном луче между числами:
1) 0,6 и 0,7 ближе к числу 0,7;
2) 2,78 и 2,79 ближе к числу 2,78;
3) 14,99 и 15 ближе к числу 15;
4) 47 и 47,99 ближе к числу 47,99.

2.76.° По рисунку 14, где показана часть координатного луча, на котором размещено число n, назовите его приближенные значения p и t, такие, что $p < n < t$.

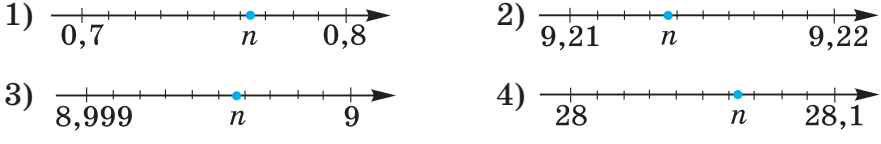


Рис. 14

Скачано с сайта www.aversev.by

2.77. Прочитайте приближенное равенство и укажите, с недостатком или с избытком получено приближенное значение:

1) $2{,}83 \approx 2{,}8$; 2) $189{,}4 \approx 189$;
3) $29{,}466 \approx 29{,}47$; 4) $342{,}78 \approx 340$;
5) $0{,}45077 \approx 0{,}4508$; 6) $32{,}0499 \approx 32{,}050$.

2.78.° Округлите десятичные дроби до указанного разряда. Укажите, с недостатком или с избытком произведено округление:

1) 12,32; 0,578; 4,453; 67,008 — до десятых;
2) 6,706; 0,404; 0,889; 64,3359 — до сотых;
3) 5,0999; 24,51; 0,746; 0,499 — до целых;
4) 29,37; 5,201; 50,448; 0,99 — до десятков.

2.79.° Найдите приближенные значения числа m а) до целых; б) до десятых; в) до сотых; г) до тысячных; д) до десятков; е) до десятитысячных с недостатком и с избытком, если:

1) $m = 1212{,}63899$; 2) $m = 999{,}999999$.

2.80.* Запишите ряд чисел, который получится, если последовательно округлять десятичную дробь 28 590,73048 до тысяч, сотен, десятков, целых, десятых, сотых, тысячных, десятитысячных.

2.81. 1) Борис округлил десятичную дробь с одним десятичным знаком до целых и получил 120. Какое число мог округлять Борис?

2) Лена округлила десятичную дробь с двумя знаками после запятой до десятых и получила 0,9. Какую дробь могла округлять Лена?

2.82.* Найдите закономерность и запишите три следующих члена числовой последовательности:

1) 275,00816; 275,0082; 275,008; 275,01; ...;
2) 98,7654321; 98,765432; 98,76543; 98,7654; ... .

Скачано с сайта www.aversev.by

2.83.* Назовите наибольшую (наименьшую) дробь с одним десятичным знаком, если после ее округления до целых было получено число:
1) 245; 2) 100; 3) 10; 4) 111.

2.84. Назовите а) наименьшую и б) наибольшую десятичную дробь с 4 десятичными знаками, если после ее округления до тысячных получили:
1) 4,129; 2) 8,256; 3) 0,007; 4) 0,003;
5) 5,290; 6) 5,680; 7) 2,000; 8) 9,000.

2.85.* Приведите пример десятичной дроби, после округления которой до тысячных, сотых, десятых и целых получается число, равное 10.

2.86. На изготовление 2160 деталей первая бригада затрачивает на 2 ч меньше, чем вторая, которая изготавливает 360 деталей за 1 ч. Сколько деталей за час изготавливает первая бригада?

2.87. В магазине было 350 мужских и женских часов. Когда продали 120 мужских и 160 женских часов, то тех и других осталось поровну. Сколько мужских часов было в магазине?

2.88.* На полянке собрались: Попугай, Удав, Слоненок, Теленок, Котенок, Мартышка и Верблюжонок. Попугай начал всех измерять. Оказалось, что Слоненок длиннее Теленка на 3 Попугая, Верблюжонок длиннее Мартышки тоже на 3 Попугая, Теленок длиннее Попугая на 7 Попугаев, Верблюжонок длиннее Котенка на 6 Попугаев, а все они укладываются в точности на Удаве, длина которого 38 Попугаев. Найдите длину каждого в Попугаях.

Скачано с сайта www.aversev.by

2.5. Числовые выражения с двумя действиями — сложением и вычитанием

Пример 1. Округлить значение выражения до тысячных:
$174{,}53371 - 69{,}0345 - (37{,}4213 + 42{,}027)$.

Решение. Определим порядок действий и выполним их поочередно.

1) $\begin{array}{r} 37{,}4213 \\ +\ 42{,}027 \\ \hline 79{,}4483 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 174{,}53371 \\ -\ 69{,}0345 \\ \hline 105{,}49921 \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 105{,}49921 \\ -\ 79{,}4483 \\ \hline 26{,}05091 \end{array}$

Округлим до тысячных: $26{,}05091 \approx 26{,}051$.

Ответ: $26{,}051$.

Пример 2. За первый час работы продали 7,3 кг яблок, за второй — на 3,75 кг больше, чем за первый час, а за третий — на 2,4 кг меньше, чем за первые два часа. Сколько яблок продано за три часа?

Решение.

1) $7{,}3 + 3{,}75 = 11{,}05$ (кг) — продали за 2-й час;
2) $7{,}3 + 11{,}05 - 2{,}4 = 15{,}95$ (кг) — продали за 3-й час;
3) $7{,}3 + 11{,}05 + 15{,}95 = 34{,}3$ (кг) — продали за 3 ч.

Ответ: 34,3 кг.

1. В каком порядке выполняют действия в выражении, если в нем: а) нет скобок; б) есть скобки?
2. Как найти числа a и b по сумме $a + b$ и разности $a - b$?

Упражнения

Прочитайте выражение и найдите его значение **(2.89—2.90)**.

2.89.° 1) $264{,}087 - (5{,}489 + 177{,}00029)$;
2) $(14{,}529 - 2{,}0706) + (2{,}1004 + 0{,}008)$;

Скачано с сайта www.aversev.by

3) (2,5701 – 1,06) – (42,89 – 42);
4) (904,006 – 0,38) + (14,2 + 5,0003).

2.90.° 1) 3,2 – (4,8 – 1,6);
2) (3,7 – 0,9) – 2,8;
3) 15,38 – (9,8 + 5,58);
4) (35,04 – 20,67) – 14,37;
5) (95,146 + 104,854) – (59,406 + 40,594);
6) (42,891 – 22,091) + (15,735 + 13,465).

2.91. Найдите значение выражения и результат округлите а) до десятых; б) до целых; в) до десятков:
1) (16,39 + 14,73) – 30,81;
2) 6,41 – (2,17 + 3,29);
3) 22,706 + (33,058 – 6,712);
4) (49,274 – 0,008) – 15,306.

2.92. Найдите значение выражения и результат округлите а) до сотых; б) до тысячных; в) до сотен:
1) (56,194 + 2,4088) – (3,854 – 0,249);
2) 2,9115 + (6,9765 – 4,2) – 0,5497;
3) 164,22716 – 20,0976 – (90,4602 + 15,006);
4) (412,3 – 5,1948) – 147,69 + (3,1 – 0,901).

2.93. Найдите значение выражения $3{,}84 + n + 2{,}16$ при n, равном:
1) 6; 2) 7,2; 3) 150,34; 4) 0,123.

2.94. Найдите значение выражения $a - 3{,}25 + b$ при:
1) $a = 3{,}25$, $b = 9{,}6$; 2) $a = 6$, $b = 11{,}75$;
3) $a = 9{,}025$, $b = 0$; 4) $a = 15{,}25$, $b = 4{,}1903$.

2.95.* Значение какого выражения меньше:
1) 2,8 + (13,4 – 5,9) или 2,8 + (13,4 – 5,09);
2) (12,49 – 0,833) – 1,4 или (12,94 – 0,833) – 1,04;
3) 9,271 + 3,24 – 11,019 или 9,172 + 3,42 – 11,091;
4) 14,22 – 0,5003 + 2,96 или 14,22 – 0,503 + 2,69?

Скачано с сайта www.aversev.by

2.96.* Зная, что равенство $2{,}65 + 14{,}8906 = 17{,}5406$ верно, установите, верно ли равенство:
1) $17{,}5406 - (17{,}5406 - 2{,}65) = 14{,}8906$;
2) $17{,}5406 - (17{,}5406 - 14{,}8906) = 14{,}8906$;
3) $14{,}8906 + (17{,}5406 - 14{,}8906) = 17{,}5406$;
4) $(17{,}5406 - 2{,}65) + (17{,}5406 - 14{,}8906) = 17{,}5406$.

2.97.* Зная, что равенство $17{,}5 - 2{,}30845 = 15{,}19155$ верно, проверьте, верно ли равенство:
1) $17{,}5 - (15{,}19155 + 2{,}30845) = 0$;
2) $17{,}5 - (17{,}5 - 2{,}30845) = 2{,}30845$;
3) $(17{,}5 - 2{,}30845) + 2{,}30845 = 15{,}19155$;
4) $(17{,}5 - 2{,}30845) + (17{,}5 - 15{,}19155) = 17{,}5$.

2.98. Расстояние между поселками 23 км. Миша прошел в первый час 4,8 км, во второй час — на 0,2 км меньше, чем в первый, а в третий — на 0,6 км больше, чем во второй. Сколько километров ему осталось пройти?

2.99. Первое поле на 5,4 га меньше второго, а третье поле на 6,1 га больше второго. На сколько гектаров третье поле больше первого?

2.100. Скорость течения реки равна $3{,}8\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. На сколько скорость моторной лодки по течению больше ее скорости против течения?

2.101. В кувшин с молоком добавили 0,2 л молока. Через некоторое время израсходовали 0,65 л и налили еще 0,95 л молока. В кувшине стало 3 л молока. Сколько молока было в нем первоначально?

2.102. От доски длиной 7,2 м отпилили пять заготовок для полок. Длина первой заготовки 0,9 м, а длина каждой следующей на 0,25 м больше предыдущей. Какова длина оставшейся части доски?

Скачано с сайта www.aversev.by

2.103.* При умножении на 4 четырехзначного числа, все цифры которого различны, получается число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Какое это число?

2.6. Виды треугольников

Вид треугольника может определяться величиной его углов.

Если все углы треугольника острые, то он называется ***остроугольным***. Треугольник ABC (рис. 15, *а*) остроугольный (поясните почему).

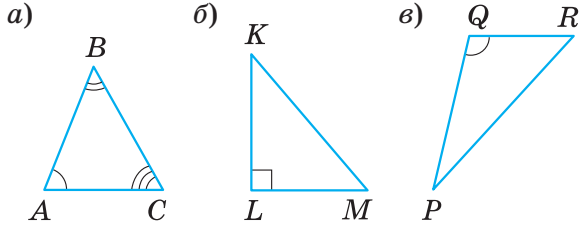


Рис. 15

Если один из углов треугольника прямой, то он называется ***прямоугольным***. Треугольник KLM (рис. 15, *б*) прямоугольный, его угол L прямой.

Если один из углов треугольника тупой, то он называется ***тупоугольным***. Треугольник PQR (рис. 15, *в*) тупоугольный, его угол Q тупой.

Вид треугольника может определяться не только величиной его углов, но и числом равных сторон.

Если две стороны треугольника равны, то он называется ***равнобедренным***. Треугольник ABC (рис. 16, *а*) равнобедренный, поскольку $AB = BC$.

Если все стороны треугольника равны, то он называется ***равносторонним***. Треугольник KLM (рис. 16, *б*) равносторонний.

Если никакие две стороны треугольника не равны между собой, то он называется ***разносторонним***. Тре-

Скачано с сайта www.aversev.by

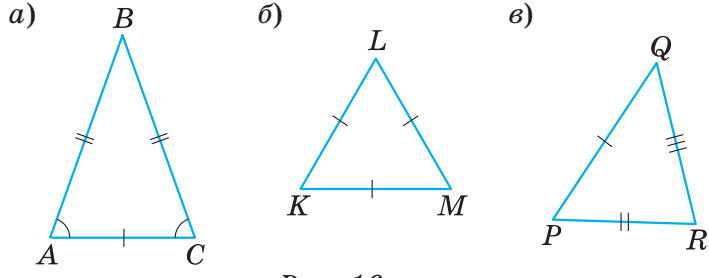


Рис. 16

угольник QPR (рис. 16, *в*) разносторонний (равные стороны на рисунках принято отмечать одинаковым числом черточек).

1. Чем может определяться вид треугольника?
2. Какой треугольник называется: а) остроугольным; б) прямоугольным; в) тупоугольным; г) равнобедренным; д) равносторонним; е) разносторонним?

Упражнения

2.104.° Укажите вид каждого треугольника, изображенного на рисунке 17.

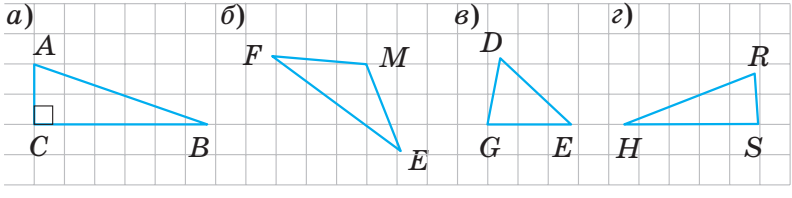


Рис. 17

2.105.° Определите вид треугольника, величины углов которого равны:

1) 54°, 38°, 88°; 2) 62°, 34°, 84°;
3) 24°, 56°, 100°; 4) 35°, 90°, 55°.

2.106.° Установите вид треугольника, если величина его большего угла равна:

1) 120°; 2) 90°; 3) 89°;
4) 75°; 5) 60°; 6) 91°.

Скачано с сайта www.aversev.by

2.107. Укажите вид каждого треугольника (рис. 18).

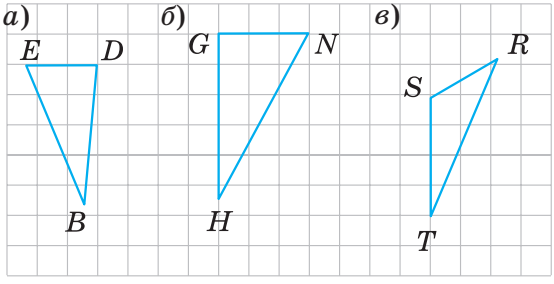


Рис. 18

2.108.° Известно, что один из треугольников, изображенных на рисунке 19, равносторонний, а два других — равнобедренные. Найдите их, используя линейку.

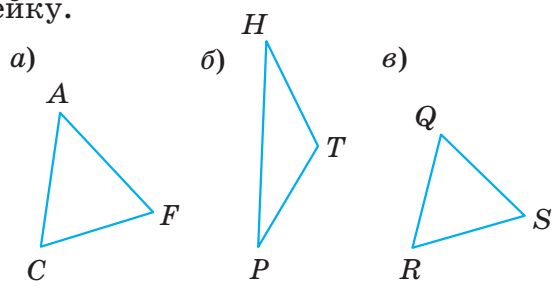


Рис. 19

2.109.° Установите вид треугольника со сторонами:

1) 1 дм 4 мм, 9 см и 1 дм;
2) 5 см 7 мм, 1 дм и 57 мм;
3) 5,6 см, 0,8 дм и 5 см 6 мм;
4) 9 см 5 мм, 95 мм и 0,95 дм.

2.110. В прямоугольнике $ABCD$ проведите отрезок AC. Укажите вид полученных треугольников.

2.111. В квадрате $MNPK$ проведите отрезки MP и NK. Укажите вид полученных треугольников.

2.112. В остроугольном треугольнике MPK проведите отрезок MH (точку H отметьте на стороне PK) так, чтобы получились два прямоугольных треугольника.

Скачано с сайта www.aversev.by

2.113. Изобразите треугольник ABC и укажите его вид, если:
1) $\angle A = 20°$ и $\angle C = 95°$;
2) $\angle A = 45°$ и $\angle C = 80°$;
3) $\angle A = 25°$ и $\angle C = 65°$;
4) $\angle A = 50°$ и $\angle C = 30°$.

2.114. Изобразите треугольник KMT и укажите его вид, если:
1) $\angle K = 40°$, а $\angle T$ на $10°$ меньше;
2) $\angle K = 60°$, а $\angle M$ в 2 раза меньше;
3) $\angle K = \angle T = 45°$;
4) $\angle M = \angle T = 40°$.

2.115. Укажите вид треугольника со сторонами 4 см и 5,2 см, которые образуют угол, равный:
1) $50°$; 2) $90°$; 3) $105°$; 4) $65°$.

2.116. Укажите вид треугольника со стороной 4,8 см и прилежащими к ней углами, равными:
1) $40°$ и $35°$; 2) $45°$ и $45°$;
3) $90°$ и $25°$; 4) $30°$ и $80°$.

2.117.* Ивану подарили чашечные весы, и он начал без гирь взвешивать свои игрушки. Машину уравновесили мяч и два кубика, а машину с кубиком — два мяча. Сколько кубиков уравновешивают машину, если мячи у Ивана одинаковые и кубики — тоже?

2.7. Углы равнобедренного треугольника

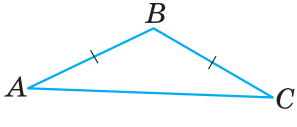


Рис. 20

Рассмотрим равнобедренный треугольник ABC (рис. 20). Его стороны AB и BC равны. Две равные стороны равнобедренного треугольника назы-

Скачано с сайта www.aversev.by

ваются ***боковыми сторонами***, а третья сторона — ***основанием***. В треугольнике ABC стороны AB и BC — боковые, а сторона AC — основание.

Углы A и C равнобедренного треугольника ABC называются ***углами при основании***.

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

Это можно обосновать так.

Начертим на листе бумаги равнобедренный треугольник ABC и проведем биссектрису угла B — луч BD (рис. 21, *а*).

Перегнем лист по прямой BD так, чтобы угол ABD совместился с равным ему углом CBD (рис. 21, *б*). При этом сторона AB совместится с равной ей стороной CB. Значит, точка A совместится с точкой C.

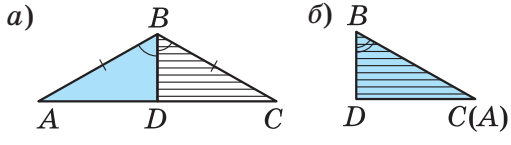


Рис. 21

Таким образом, треугольник ABD совместится с треугольником CBD. Поэтому они равны и, следовательно, $\angle A = \angle C$.

Заметим, что если два угла треугольника равны, то треугольник равнобедренный.

Рассмотрим равносторонний треугольник KLM (рис. 22). Так как $KL = LM$, то можно сказать, что это равнобедренный треугольник с основанием KM. Но в равнобедренном треугольнике углы при основании равны, поэтому $\angle K = \angle M$.

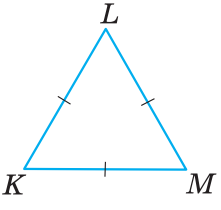


Рис. 22

Скачано с сайта www.aversev.by

Так как $KL = KM$, то можно сказать, что треугольник KLM равнобедренный с основанием LM. Значит, $\angle L = \angle M$.

Из равенств $\angle K = \angle M$ и $\angle L = \angle M$ следует, что $\angle K = \angle L$. Таким образом,

в равностороннем треугольнике все углы равны.

1. Какие из сторон равнобедренного треугольника называют: а) боковыми; б) основанием?
2. Сформулируйте свойство углов треугольника: а) равнобедренного; б) равностороннего.
3. Что можно сказать о треугольнике: а) с двумя равными углами; б) с тремя равными углами?

Упражнения

2.118.° На рисунке 23 для каждого равнобедренного треугольника назовите:
а) боковые стороны;
б) основание;
в) равные углы;
г) угол, противолежащий основанию.

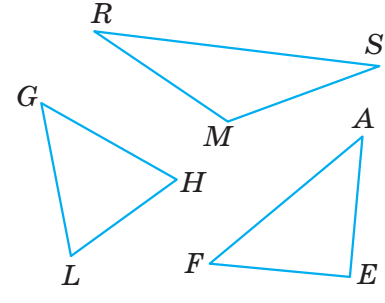


Рис. 23

2.119. Сколько равнобедренных треугольников изображено на рисунке 24?

а) *б)*

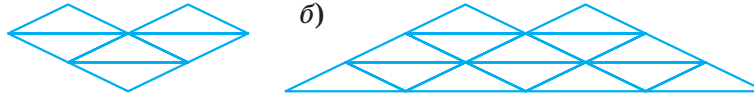


Рис. 24

Скачано с сайта www.aversev.by

2.120.° Изобразите равнобедренный треугольник PRT и укажите вид треугольника, если его наибольший угол при вершине R равен:
1) 60°; 2) 110°; 3) 90°; 4) 70°.

2.121.* Найдите длину третьей стороны равнобедренного треугольника, если две другие равны:
1) 4 см и 12 см; 2) 8 дм и 3 дм;
3) 6 см и 1,5 дм; 4) 5 см и 1 дм.

2.122. Найдите P — периметр равнобедренного треугольника ABC (AC — основание), если:
1) $AC = 4{,}9$ дм, а BC на 14 см меньше, чем AC;
2) $AB = 1{,}21$ дм, а AC на 3,6 см больше, чем AB.

2.123. Найдите длины сторон равнобедренного треугольника MKL (ML — основание), периметр которого 2,15 дм, если:
1) $ML = 9{,}5$ см; 2) $MK = 9{,}5$ см.

2.124. Определите вид треугольника ABC, если:
1) $P = 43{,}4$ см, $AB = 1{,}32$ дм, $AC - AB = 46$ мм;
2) $P = 2{,}6$ дм, $AB = 7{,}8$ см, $AC - AB = 13$ мм.

2.125. Изобразите треугольник PRS, у которого:
1) $PR = RS = 4{,}8$ см и $\angle R = 100°$;
2) $PS = 3{,}7$ см и $\angle P = \angle S = 25°$.

2.126. Найдите угол A равнобедренного треугольника ABC (рис. 25), если:
1) $\alpha = 104°$;
2) $\alpha = 98°$;
3) $\alpha = 122°$;
4) $\alpha = 136°$.

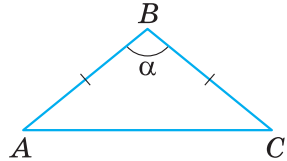


Рис. 25

2.127.* Набор состоит из 30 гирек массами 1 г, 2 г, 3 г, ..., 30 г. Можно ли эти гирьки разложить на три группы по 10 штук так, чтобы масса всех гирек в каждой группе была одной и той же?

Скачано с сайта www.aversev.by

Глава 3

УМНОЖЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

3.1. Умножение десятичной дроби на 10; 100; 1000; ...

Покажем на примерах, как умножать десятичные дроби на 10; 100; 1000 и т. д.

Пример 1. Умножить 12,345 на 10.

Решение. Воспользуемся тем, что мы умеем умножать обыкновенные дроби:

$$12{,}345 \cdot 10 = \frac{12\,345}{1000} \cdot \frac{10}{1} = \frac{12\,345}{100} = 123{,}45.$$

Ответ: 123,45.

Таким образом, при умножении десятичной дроби **на 10** запятая переносится **на один знак вправо**.

Пример 2. Умножить 12,345 на 100.

Решение.

$$12{,}345 \cdot 100 = \frac{12\,345}{1000} \cdot \frac{100}{1} = \frac{12\,345}{10} = 1234{,}5.$$

Ответ: 1234,5.

Таким образом, при умножении десятичной дроби **на 100** запятая переносится **на два знака вправо**.

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 3. Умножить 12,345 на 100 000.

Решение.

$$12{,}345 \cdot 100\,000 = \frac{12\,345}{1000} \cdot \frac{100\,000}{1} = 1\,234\,500.$$

Ответ: 1 234 500.

Заметим, что $12{,}345 = 12{,}34500$. Поэтому и здесь можно сказать, что при умножении десятичной дроби **на 100 000** запятая переносится **на пять знаков вправо**. Итак,

чтобы умножить десятичную дробь на 10; 100; 1000 и т. д., нужно в этой дроби перенести запятую на один, два, три и т. д. знаков вправо.

1. Как умножить десятичную дробь:
   а) на 10; б) на 100; в) на 1000; г) на 1 000 000?
2. Как изменится десятичная дробь, если в ней перенести запятую вправо: а) на 2 знака; б) на 3 знака?

Упражнения

3.1.° Как записать в виде произведения сумму n слагаемых, равных a, если:

1) $a = 5{,}13$, $n = 10$;
2) $a = 0{,}8$, $n = 100$;
3) $a = 12{,}1$, $n = 100$;
4) $a = 7{,}02$, $n = 10$?

3.2.° Найдите результат умножения на а) 10; б) 100; в) 1000; г) 100 000 десятичной дроби:

1) 15,7405;
2) 214,824;
3) 0,009361;
4) 0,100597.

Найдите значение произведения **(3.3—3.4)**.

3.3.° 1) $0{,}209 \cdot 10$;
2) $33{,}05401 \cdot 10$;
3) $90{,}47 \cdot 100$;
4) $8{,}4 \cdot 100$;
5) $98{,}0042 \cdot 1000$;
6) $0{,}44457 \cdot 1000$.

Скачано с сайта www.aversev.by

3.4.° 1) $0{,}0001 \cdot 100\,000$; 2) $0{,}001 \cdot 10\,000$;
3) $0{,}1 \cdot 10\,000$; 4) $0{,}000001 \cdot 1000$.

3.5.° Увеличьте а) в 1000; б) в 10 000 раз дробь:
1) 245,08; 2) 6,37;
3) 5,26476; 4) 14,0087;
5) 0,024; 6) 0,72.

3.6.° Найдите значение выражения $86{,}075 \cdot t$, если:
1) $t = 1000$; 2) $t = 1\,000\,000$;
3) $t = 100\,000$; 4) $t = 10\,000\,000\,000$.

3.7.° На какое число надо умножить дробь 123,456789, чтобы получить:
1) 12 345,6789; 2) 1 234 567,89;
3) 12 345 678,9; 4) 123 456 789;
5) 12 345 678 900; 6) 123 456 789 000?

3.8.° Какое из двух чисел больше и во сколько раз:
1) 5000 или 0,005;
2) 5,48701 или 5487,01?

3.9.° Какое из двух чисел меньше и во сколько раз:
1) 56,2204 или 0,562204;
2) 0,00836 или 83,6?

3.10. Решите уравнение, используя правило умножения на 10; 100; 1000; ...:
1) $(x - 3{,}7) \cdot 5{,}267 = 526{,}7$;
2) $42{,}07 \cdot (y + 10{,}5) = 420\,700$;
3) $17{,}2 \cdot (y + 1{,}72) = 1\,720\,000$;
4) $0{,}7836 \cdot (x - 7{,}81) = 78{,}36$;
5) $(y + 2{,}5) \cdot 1000 = 56\,781$;
6) $10\,000 \cdot (x - 1{,}03) = 4{,}52$.

3.11. Выразите расстояние в дециметрах:
1) 3,7 км + 75,3 м; 2) 98,05 км + 105,4 м;
3) 0,542 км – 358,4 м; 4) 0,9 км – 836,5 м.

Скачано с сайта www.aversev.by

3.12. Выразите массу в граммах:
1) 5,65 кг + 0,0731 ц; 2) 0,048 кг – 0,00038 ц;
3) 2,05 ц – 0,025 т; 4) 1,5 ц + 0,0451 т.

3.13. Выразите площадь в квадратных сантиметрах:
1) 8,2 $м^2$ – 345,4 $дм^2$; 2) 16,35 $м^2$ – 756,7 $дм^2$;
3) 0,5 а + 0,0071 га; 4) 2,905 а + 0,00013 га.

3.14. Установите закономерность и запишите три следующих числа данного числового ряда:
1) 0,123456789; 12,3456789; 1234,56789; ...;
2) 98,7654321; 987,654321; 9876,54321; ... .

3.15. В одной таблетке содержится 0,005 г чистого вещества лечебного препарата. Найдите массу лечебного препарата в n таблетках, если:
1) $n = 10$; 2) $n = 100$;
3) $n = 10\,000$; 4) $n = 1000$.

3.16.* После умножения 8,025 на некоторое натуральное число Таня получила верный ответ — 80 250 000. Наташа правильно умножила 8,025 на другое натуральное число. Какие примеры выполняли ученицы, если результат у Наташи в сравнении с Таниным оказался:
1) в 100 раз больше; 2) в 10 000 раз меньше;
3) в 10 000 раз больше; 4) в 100 раз меньше?

3.2. Умножение десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001; ...

Покажем на примерах, как умножать десятичные дроби на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д.

Пример 1. Умножить 573,9 на 0,1.

Решение. Воспользуемся тем, что мы умеем умножать обыкновенные дроби:

Скачано с сайта www.aversev.by

$$573{,}9 \cdot 0{,}1 = \frac{5739}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{5739}{100} = 57{,}39.$$

Ответ: 57,39.

Таким образом, при умножении десятичной дроби **на 0,1** запятая переносится **на один знак влево.**

Пример 2. Умножить 573,9 на 0,01.

Решение.

$$573{,}9 \cdot 0{,}01 = \frac{5739}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{5739}{1000} = 5{,}739.$$

Ответ: 5,739.

Таким образом, при умножении десятичной дроби **на 0,01** запятая переносится **на два знака влево.**

Пример 3. Умножить 573,9 на 0,00001.

Решение. $573{,}9 \cdot 0{,}00001 =$

$$= \frac{5739}{10} \cdot \frac{1}{100\,000} = \frac{5739}{1\,000\,000} = 0{,}005739.$$

Ответ: 0,005739.

Мы видим, что при умножении десятичной дроби **на 0,00001** запятая переносится **на пять знаков влево,** только пришлось приписать слева нули. Итак,

чтобы умножить десятичную дробь на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д., надо в этой дроби перенести запятую на один, два, три и т. д. знаков влево.

1. Как умножить десятичную дробь:
   а) на 0,1; б) на 0,01; в) на 0,001?
2. Как умножить десятичную дробь на $0{,}\underbrace{00\ldots01}_{\text{37 нулей}}$?

Скачано с сайта www.aversev.by

Упражнения

3.17.° Умножьте на а) 0,01; б) 0,001; в) 0,0001; г) 0,00000001 дробь:

1) 102 608,4001; 2) 35 128,67;
3) 4,751; 4) 108,49.

Найдите произведение **(3.18—3.19)**.

3.18.° 1) $65{,}07 \cdot 0{,}1$; 2) $0{,}322 \cdot 0{,}1$;
3) $0{,}557 \cdot 0{,}01$; 4) $607{,}1 \cdot 0{,}01$;
5) $9{,}22 \cdot 0{,}001$; 6) $0{,}46 \cdot 0{,}001$.

3.19.° 1) $0{,}0001 \cdot 0{,}001$; 2) $0{,}000001 \cdot 0{,}01$;
3) $0{,}00001 \cdot 0{,}01$; 4) $0{,}000001 \cdot 0{,}0001$.

3.20.° На какое число была умножена десятичная дробь 98 765,4321, если был получен результат:

1) 987,654321; 2) 9876,54321;
3) 9,87654321; 4) 98,7654321;
5) 0,987654321; 6) 0,000987654321?

3.21.° Найдите значение выражения $0{,}001 \cdot n$, если:

1) $n = 12{,}7$; 2) $n = 330{,}5$;
3) $n = 6{,}794$; 4) $n = 1008{,}62$;
5) $n = 0{,}7$; 6) $n = 0{,}083$.

3.22.° Найдите значение выражения $6048{,}2 \cdot m$, если:

1) $m = 0{,}00000001$; 2) $m = 0{,}000001$;
3) $m = 0{,}0000001$; 4) $m = 0{,}000000001$.

3.23. Найдите значение выражения:

1) $5{,}964 \cdot 100 \cdot 0{,}0001$;
2) $3{,}85 \cdot 0{,}001 \cdot 100\,000$;
3) $10\,000 \cdot 0{,}01 \cdot 2{,}4$;
4) $0{,}0001 \cdot 1000 \cdot 6{,}04$;
5) $0{,}57 \cdot 0{,}0001 \cdot 10\,000$;
6) $100\,000 \cdot 0{,}000001 \cdot 0{,}27$.

Скачано с сайта www.aversev.by

3.24. Выполните действия:

1) $4,82 \cdot 100 \cdot \frac{1}{10\,000}$; 2) $\frac{1}{100} \cdot 10\,000 \cdot 0,2$;

3) $1000 \cdot \frac{1}{10} \cdot 5,264$; 4) $9,01 \cdot \frac{1}{100\,000} \cdot 1000$.

3.25. Найдите значение $100 \cdot a + 0,1 \cdot b$ при:

1) $a = 0,58,\ b = 420$; 2) $a = 0,45,\ b = 0,23$;

3) $a = 0,375,\ b = 625$; 4) $a = 0,0058,\ b = 4,2$.

3.26. Решите уравнение, используя правило умножения на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д.:

1) $(x - 1,2) \cdot 0,9 = 0,0009$;

2) $6,78 \cdot (y - 3,4) = 0,0678$;

3) $103,7 \cdot (y - 5,37) = 0,01037$;

4) $0,01 \cdot (x + 0,99) = 2,5$;

5) $(y + 0,05) \cdot 0,001 = 2,47$;

6) $0,0001 \cdot (x - 1,03) = 0,6$.

3.27. Установите закономерность и запишите три следующих члена числового ряда:

1) 56,4028; 5,64028; 0,564028; ...;

2) 67 098,4; 6709,84; 670,984; ... .

3.28.* После правильного умножения числа 459 на некоторую десятичную дробь Костя получил 0,000459. Максим умножил без ошибок это же число на другую дробь, а результат получил в 100 раз больше, чем у Кости. Запишите примеры, которые выполняли учащиеся.

3.29.* Почтальон Печкин получил для продажи несколько пачек конвертов по 100 штук в пачке. За какое наименьшее число секунд он может выдать 60 конвертов, если 10 конвертов он отсчитывает за 10 секунд? А 90 конвертов?

Скачано с сайта www.aversev.by

3.3. Умножение десятичных дробей

Поясним, как умножают десятичные дроби.

Пример 1. Найти произведение чисел 4,29 и 23,4.

Решение. Воспользуемся тем, что мы умеем умножать обыкновенные дроби:

$$4,29 \cdot 23,4 = \frac{429}{100} \cdot \frac{234}{10} = \frac{429 \cdot 234}{1000} = \frac{100\,386}{1000} = 100,386.$$

Ответ: 100,386.

Рассмотрим дробь $\frac{429 \cdot 234}{1000}$ из решения примера 1. В ее числителе стоит произведение натуральных чисел, которые получаются, если в данных дробях отбросить запятые. А в ее знаменателе стоит единица со столькими нулями, сколько знаков после запятой в обеих дробях вместе. Таким образом,

чтобы умножить две десятичные дроби, их надо умножить как натуральные числа (т. е. не обращая внимания на запятые), а в полученном произведении отделить запятой справа столько десятичных знаков, сколько их в обоих множителях вместе.

Поскольку умножение десятичных дробей сводится к умножению натуральных чисел, его можно выполнять столбиком. Множители можно записывать один под другим, не обращая внимания на расположение запятых.

Пример 2. Выполнить умножение:

а) $7,31 \cdot 5,4$;

б) $7,38 \cdot 61$;

в) $7,45 \cdot 0,19$.

Скачано с сайта www.aversev.by

Решение. а)
$$\begin{array}{r} 7{,}31 \\ \times\ 5{,}4 \\ \hline 2924 \\ +\ 3655 \\ \hline 39{,}474 \end{array}$$
б)
$$\begin{array}{r} 7{,}38 \\ \times\ 61 \\ \hline 738 \\ +\ 4428 \\ \hline 450{,}18 \end{array}$$
в)
$$\begin{array}{r} 7{,}45 \\ \times\ 0{,}19 \\ \hline 6705 \\ +\ 745 \\ \hline 1{,}4155 \end{array}$$

Ответ: а) 39,474; б) 450,18; в) 1,4155.

Если при умножении десятичных дробей произведение натуральных чисел оканчивается одним или несколькими нулями, то сначала в этом произведении отделяют с помощью запятой необходимое количество десятичных знаков, а лишь затем отбрасывают нули.

Пример 3. Найти произведение $3{,}25 \cdot 2{,}4$.

Решение.
$$\begin{array}{r} 3{,}25 \\ \times\ 2{,}4 \\ \hline 1300 \\ +\ 650 \\ \hline 7{,}800 \end{array} = 7{,}8$$

Ответ: 7,8.

Если при умножении десятичных дробей в произведении натуральных чисел получается меньше знаков, чем надо отделить запятой, то перед полученным произведением дописывают необходимое количество нулей.

Пример 4. Выполнить умножение:
а) $0{,}0331 \cdot 0{,}0047$; б) $3{,}075 \cdot 0{,}026$.

Решение. а)
$$\begin{array}{r} 0{,}0331 \\ \times\ 0{,}0047 \\ \hline 2317 \\ +\ 1324 \\ \hline 0{,}00015557 \end{array}$$
б)
$$\begin{array}{r} 3{,}075 \\ \times\ 0{,}026 \\ \hline 18450 \\ +\ 6150 \\ \hline 0{,}079950 \end{array} = 0{,}07995$$

Ответ: а) 0,00015557; б) 0,07995.

Скачано с сайта www.aversev.by

1. Как умножить две десятичные дроби?
2. Как поступают, если при умножении десятичных дробей произведение соответствующих натуральных чисел:
   а) оканчивается одним или несколькими нулями;
   б) содержит меньше знаков, чем надо отделить запятой?

Упражнения

3.30.° Представьте сумму чисел в виде произведения и вычислите его:
1) $8{,}2 + 8{,}2 + 8{,}2 + 8{,}2 + 8{,}2 + 8{,}2 + 8{,}2 + 8{,}2 + 8{,}2$;
2) $5{,}08 + 5{,}08 + 5{,}08 + 5{,}08 + 5{,}08$;
3) $0{,}25 + 0{,}25 + 0{,}25 + 0{,}25 + 0{,}25 + 0{,}25$;
4) $0{,}12 + 0{,}12 + 0{,}12 + 0{,}12 + 0{,}12 + 0{,}12 + 0{,}12$.

3.31.° Вычислите:
1) $5{,}16 \cdot 5$;
2) $21{,}03 \cdot 60$;
3) $311{,}004 \cdot 30$;
4) $502{,}104 \cdot 20$.

3.32.° Запишите число, которое в n раз больше десятичной дроби t, если:
1) $n = 2,\ t = 12{,}01$;
2) $n = 8,\ t = 1{,}25$;
3) $n = 12,\ t = 505{,}04$;
4) $n = 9,\ t = 71{,}011$.

3.33. Запишите пять чисел: первое из них 0,03125, а каждое следующее в 2 раза больше предыдущего.

3.34.° Найдите длину ломаной из k звеньев, равных a, если:
1) $k = 4,\ a = 5{,}7$ см;
2) $k = 5,\ a = 1{,}7$ дм;
3) $k = 7,\ a = 2{,}06$ дм;
4) $k = 6,\ a = 0{,}832$ м.

3.35.° Найдите периметр многоугольника с n сторонами, равными b, если:
1) $n = 3,\ b = 3{,}9$ см;
2) $n = 4,\ b = 0{,}35$ дм;
3) $n = 6,\ b = 1{,}05$ дм;
4) $n = 5,\ b = 4{,}27$ м.

Скачано с сайта www.aversev.by

Найдите произведение **(3.36—3.38).**

3.36.° 1) $3{,}2 \cdot 0{,}4$; 2) $0{,}6 \cdot 4{,}1$;
3) $2{,}03 \cdot 0{,}04$; 4) $0{,}07 \cdot 104{,}15$;
5) $22{,}051 \cdot 0{,}009$; 6) $0{,}0008 \cdot 619{,}075$.

3.37.° 1) $82{,}14 \cdot 3{,}45$; 2) $98{,}61 \cdot 5{,}07$;
3) $109{,}025 \cdot 4{,}51$; 4) $0{,}67 \cdot 611{,}05$;
5) $1009{,}56 \cdot 32{,}004$; 6) $6907{,}003 \cdot 61{,}48$.

3.38. 1) $0{,}00025 \cdot 0{,}0016$; 2) $0{,}00125 \cdot 0{,}0004$;
3) $0{,}00075 \cdot 0{,}000004$; 4) $0{,}000016 \cdot 0{,}00625$;
5) $0{,}000021 \cdot 0{,}004$; 6) $0{,}0003 \cdot 0{,}0003021$.

3.39.° Найдите произведение чисел 15,05 и a; сравните его с числом 15,05, если:
1) $a = 0{,}8$; 2) $a = 0{,}4$;
3) $a = 0{,}12$; 4) $a = 0{,}99$.

3.40.° Найдите произведение чисел 1,099 и m; сравните его с числом 1,099, если:
1) $m = 5{,}1$; 2) $m = 12{,}8$;
3) $m = 2{,}015$; 4) $m = 1{,}00001$.

3.41. Решите уравнение:
1) $k : 17{,}1049 = 1$; 2) $m : 1 = 21{,}0157$;
3) $s \cdot 27{,}053 = 0$; 4) $191{,}041 \cdot y = 0$.

3.42. Найдите значение выражения, используя верное равенство $358 \cdot 651 = 233\,058$:
1) $35{,}8 \cdot 6{,}51$; 2) $3{,}58 \cdot 6{,}51$;
3) $0{,}0358 \cdot 65{,}1$; 4) $3{,}58 \cdot 0{,}651$;
5) $0{,}358 \cdot 0{,}0651$; 6) $0{,}00358 \cdot 6{,}51$.

3.43. Верно ли, что взаимно обратны числа:
1) 50 и 0,02; 2) 0,04 и 25;
3) 1,2 и $\frac{5}{6}$; 4) $\frac{5}{7}$ и 1,4;

Скачано с сайта www.aversev.by

5) $2\frac{2}{9}$ и 0,45; 6) 12,5 и $\frac{4}{5}$;

7) $4\frac{6}{11}$ и 0,22; 8) 0,75 и $1\frac{1}{3}$?

3.44. Представьте число 2,25 в виде произведения десятичной дроби и: а) натурального числа; б) такой же дроби; в) другой дроби.

Найдите (**3.45—3.47**).

3.45.° 1) 0,3 от 40; 2) 0,1 от 340;
3) 0,001 от 8000; 4) 0,8 от 12;
5) 0,03 от 2100; 6) 0,004 от 3200.

3.46.° 1) 0,5 от 48 м; 2) 0,01 от 12 км;
3) 0,25 от 84 км; 4) 0,1 от 50 мин;
5) 0,15 от 90 кг; 6) 0,35 от 60 ц.

3.47.° 1) 0,82 от 45,2 кг; 2) 0,056 от 0,02 га;
3) 0,43 от 7,47 т; 4) 0,78 от 0,87 а;
5) 0,26 от 0,85 ц; 6) 0,0003 от 462,9 м.

3.48. Найдите периметр и площадь прямоугольника с измерениями:
1) 0,12 дм и 2,5 см; 2) 75 см и 1,6 дм;
3) 12,5 см и 0,32 м; 4) 6,8 см и 0,5 дм.

3.49. Скорость ветра во время шторма достигает 24,4 $\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Штормовой ветер сорвал рекламный щит и нес его 8 с. На какое расстояние ветер мог отнести рекламный щит? Ответ округлите до целых.

3.50. Первый этап лыжной эстафеты спортсмен преодолел за 12,5 мин. Найдите протяженность первого этапа, если средняя скорость движения лыжника по дистанции оказалась равной 320,4 $\frac{\text{м}}{\text{мин}}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

3.51. Двигаясь против течения реки, моторная лодка, собственная скорость которой равна $10{,}8\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, прошла расстояние от пристани Причальная до пристани Пляжная за 0,75 ч. Каково расстояние между пристанями, если скорость течения реки $1{,}6\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$?

3.52.° Найдите значение выражения:

1) $0{,}3^2$; 2) $0{,}2^3$; 3) $1{,}2^3$; 4) $2{,}4^2$;
5) $1{,}02^2$; 6) $5{,}04^2$; 7) $0{,}04^3$; 8) $0{,}005^3$.

3.53. Выполните действия:

1) $0{,}16 \cdot (2{,}5)^2$; 2) $(1{,}2)^2 \cdot 0{,}25$;
3) $0{,}4 \cdot (0{,}15)^2$; 4) $(0{,}21)^2 \cdot 1{,}1$;
5) $4{,}2 \cdot (0{,}06)^3$; 6) $(0{,}07)^3 \cdot 9{,}7$.

3.54. Найдите значение выражения $2{,}4 \cdot a^2 + a^3$, если:

1) $a = 0{,}1$; 2) $a = 0{,}02$;
3) $a = 1{,}1$; 4) $a = 0{,}5$.

3.55. Найдите сторону квадрата, площадь которого равна:

1) 0,25 см^2; 2) 0,04 дм^2;
3) 0,0001 м^2; 4) 0,0064 м^2.

3.56. Найдите площадь квадрата со стороной, равной:

1) 2,7 см; 2) 1,2 дм;
3) 4,1 м; 4) 3,01 м.

3.57. Вычислите объем куба, ребро которого равно:

1) 0,5 дм; 2) 6,2 см;
3) 1,01 дм; 4) 0,041 м.

3.58. Выразите ребро куба в сантиметрах, если его объем равен:

1) 0,008 м^3; 2) 0,064 м^3;
3) 0,001 м^3; 4) 0,027 м^3.

Скачано с сайта www.aversev.by

3.59. Масса одного кубического метра воздуха достигает 1,293 кг. Найдите массу воздуха в кабинете математики, площадь пола которого равна 51,5 м^2, а высота — 2,8 м. Ответ округлите до целых.

3.60.* В корзине лежит 20 грибов: белые, лисички и рыжики. Сколько в корзине белых грибов, если лисичек в 9 раз больше, чем рыжиков?

3.4. Законы умножения

Каждая десятичная дробь равна некоторой обыкновенной дроби; для обыкновенных дробей верны переместительный и сочетательный законы, а также распределительный закон умножения относительно сложения (вычитания). Значит, эти законы верны и для десятичных дробей. Напомним их.

1. *Переместительный закон умножения*: для любых чисел a и b верно равенство

$$a \cdot b = b \cdot a$$

2. *Сочетательный закон умножения*: для любых чисел a, b и c верно равенство

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

3. *Распределительный закон умножения относительно сложения*: для любых чисел a, b и c верно равенство

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

Подобным же образом формулируется ***распределительный закон умножения относительно вычитания*** (сделайте это самостоятельно). Он записывается так:

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

Часто переместительный, сочетательный и распределительный законы умножения позволяют упрощать вычисления.

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 1. Найти произведение $0{,}375 \cdot 7{,}5 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}4$.

Решение. $0{,}375 \cdot 7{,}5 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}4 =$
$= (0{,}375 \cdot 0{,}8) \cdot (7{,}5 \cdot 0{,}4) = 0{,}3 \cdot 3 = 0{,}9.$

Ответ: $0{,}9$.

Напомним, что распределительный закон позволяет как раскрывать скобки, так и выносить множитель за скобки.

Пример 2. Найти значение выражения
$15{,}71 \cdot 23{,}641 + 15{,}71 \cdot 6{,}359$.

Решение. $15{,}71 \cdot 23{,}641 + 15{,}71 \cdot 6{,}359 =$
$= 15{,}71 \cdot (23{,}641 + 6{,}359) = 15{,}71 \cdot 30 = 471{,}3.$

Ответ: $471{,}3$.

Сформулируйте: а) переместительный закон умножения; б) сочетательный закон умножения; в) распределительный закон умножения относительно сложения и относительно вычитания.

Упражнения

3.61.° Укажите равные произведения:

а) $2{,}549 \cdot 3{,}012$; б) $25{,}49 \cdot 3{,}012$;
в) $3{,}012 \cdot 25{,}49$; г) $3{,}012 \cdot 2{,}549$;
д) $(6{,}598 \cdot 14{,}03) \cdot 0{,}755$; е) $(6{,}589 \cdot 14{,}003) \cdot 0{,}755$;
ж) $6{,}598 \cdot 14{,}03 \cdot 0{,}755$; з) $6{,}589 \cdot (14{,}003 \cdot 0{,}755)$.

3.62.° Значения каких из выражений равны:

а) $15{,}44 \cdot (9{,}87 + 7{,}86)$;
б) $(9{,}87 - 7{,}86) \cdot 15{,}44$;
в) $15{,}44 \cdot 8{,}97 + 15{,}44 \cdot 7{,}86$;
г) $15{,}44 \cdot 9{,}87 - 15{,}44 \cdot 7{,}68$;
д) $15{,}44 \cdot (9{,}87 - 7{,}68)$;
е) $9{,}87 \cdot 15{,}44 - 15{,}44 \cdot 7{,}86$;
ж) $(8{,}97 + 7{,}86) \cdot 15{,}44$;
з) $15{,}44 \cdot 9{,}87 + 15{,}44 \cdot 7{,}86$?

Скачано с сайта www.aversev.by

3.63.° Вычислите:

1) $(0{,}34 \cdot 5) \cdot 2$;
2) $4 \cdot (22{,}93 \cdot 25)$;
3) $(1{,}203 \cdot 75) \cdot 4$;
4) $(3{,}6097 \cdot 0{,}125) \cdot 8$;
5) $(50 \cdot 2{,}0548) \cdot 2$;
6) $(0{,}005498 \cdot 5) \cdot 200$.

3.64. Какое число нужно поставить вместо символа $\bigstar$, чтобы получилось верное равенство?

1) $6{,}1204893 \cdot \bigstar = 6{,}1204893$;
2) $\bigstar \cdot 5904{,}0086412 = 0$;
3) $0{,}004506 \cdot \bigstar = (0{,}001 \cdot 1000 - 1)$;
4) $10\,000\,000 \cdot 15{,}6792 = \bigstar : \dfrac{1}{10\,000\,000}$.

3.65. Найдите произведение, используя верное равенство $20{,}5504 \cdot 0{,}587 = 12{,}0630848$:

1) $(0{,}587 \cdot 20{,}5504) \cdot 100\,000$;
2) $(0{,}587 \cdot 20{,}5504) \cdot 0{,}001$;
3) $\dfrac{1}{1000} \cdot (20{,}5504 \cdot 0{,}587) \cdot 100$;
4) $1\,000\,000 \cdot (0{,}587 \cdot 20{,}5504) \cdot \dfrac{1}{10\,000}$.

3.66. Найдите значение выражения, если известно, что $m \cdot n = 290{,}438$:

1) $10 \cdot m \cdot n$;
2) $m \cdot n \cdot 1000$;
3) $m \cdot 0{,}01 \cdot n$;
4) $n \cdot 0{,}0001 \cdot m$;
5) $100 \cdot m \cdot 0{,}01 \cdot n$;
6) $m \cdot 10\,000 \cdot n \cdot \dfrac{1}{10\,000}$.

Найдите значение выражения **(3.67—3.68).**

3.67. 1) $0{,}125 \cdot 14{,}0087 \cdot 8$;
2) $0{,}04 \cdot 6{,}0042 \cdot 7{,}5$;
3) $0{,}005 \cdot 6{,}9504 \cdot 0{,}04$;
4) $0{,}0025 \cdot 3{,}847 \cdot 0{,}4$.

3.68. 1) $1{,}6 \cdot 15{,}07 \cdot 6{,}25$;
2) $0{,}75 \cdot 6{,}01 \cdot 1{,}2$;
3) $0{,}025 \cdot 4{,}09 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}002$;
4) $0{,}02 \cdot 5{,}6 \cdot 1{,}25 \cdot 0{,}4$.

Скачано с сайта www.aversev.by

3.69.* Найдите произведение, зная, что $111 \cdot 11 = 1221$:
1) $0{,}2 \cdot 1{,}11 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}11$;
2) $1{,}1 \cdot 12{,}5 \cdot 11{,}1 \cdot 0{,}08$;
3) $0{,}111 \cdot 7{,}5 \cdot 1{,}1 \cdot 0{,}4$;
4) $0{,}11 \cdot 0{,}25 \cdot 11{,}1 \cdot 0{,}04$.

3.70. Найдите значение выражения при $a = 0{,}2$, $b = 0{,}4$, $c = 0{,}5$, $d = 0{,}25$:
1) $16{,}42 \cdot a \cdot c$;
2) $17{,}26 \cdot b \cdot d$;
3) $a \cdot 4{,}062 \cdot c$;
4) $b \cdot 30{,}008 \cdot d$;
5) $a \cdot d \cdot 2{,}2204 \cdot c \cdot b$;
6) $(16{,}47 \cdot c) \cdot a \cdot (b \cdot d)$.

3.71. Решите уравнение:
1) $(x \cdot 0{,}25) \cdot 4 = 3{,}901$;
2) $0{,}005 \cdot x \cdot 20 = 5{,}0046$;
3) $0{,}8 \cdot (y \cdot 0{,}25) = 0{,}002$;
4) $0{,}75 \cdot y \cdot 0{,}4 = 0{,}03$;
5) $19{,}245 \cdot (y + 1) = 19{,}245$;
6) $5{,}0505 \cdot (a - 3) = 5{,}0505$;
7) $(x - 4{,}6) \cdot 4{,}0087 = 0$;
8) $23{,}001 \cdot (b - 0{,}13) = 0$.

3.72. Как изменится произведение двух чисел, если один множитель умножить на:
1) 1,02, а другой — на 1,5;
2) 0,4, а другой — на 7,5;
3) 1,1 и другой тоже;
4) 0,25, а другой — на 40?

3.73. Вычислите значение выражения:
1) $(0{,}2)^2 \cdot 0{,}05$;
2) $0{,}4 \cdot (2{,}5)^2$;
3) $0{,}2 \cdot (0{,}15)^2$;
4) $(0{,}05)^2 \cdot 2{,}4$;
5) $(0{,}4)^3 \cdot (2{,}5)^2$;
6) $(0{,}8)^2 \cdot (0{,}5)^3$.

3.74. Найдите значение выражения, используя верное равенство $5{,}64082 + 103{,}56 = 109{,}20082$:
1) $(5{,}64082 + 103{,}56) \cdot 0{,}01$;
2) $10 \cdot (5{,}64082 + 103{,}56)$;
3) $1000 \cdot (109{,}20082 - 5{,}64082)$;
4) $(109{,}20082 - 103{,}56) \cdot 0{,}1$.

Скачано с сайта www.aversev.by

3.75. Выполните действия:

1) $0{,}001 \cdot (93{,}457 - 3{,}457)$;

2) $1000 \cdot (1 - 0{,}004061)$;

3) $\frac{1}{1000} \cdot (419 + 0{,}571) \cdot 100$;

4) $1\ 000\ 000 \cdot (1 - 0{,}0804701) \cdot \frac{1}{1000}$.

3.76. Найдите значение выражения, раскрыв скобки:

1) $0{,}8 \cdot (2{,}5 + 10{,}125)$;

2) $1{,}6 \cdot (0{,}75 + 0{,}625)$;

3) $0{,}25 \cdot (0{,}016 + 0{,}4)$;

4) $(0{,}16 - 0{,}008) \cdot 12{,}5$.

3.77. Найдите значение выражения:

1) $(3{,}499 + 96{,}501) \cdot 0{,}1$;

2) $0{,}001 \cdot (4{,}25 + 5{,}75)$;

3) $6{,}0087 \cdot (506{,}41 + 493{,}59)$;

4) $(19{,}254 - 9{,}254) \cdot 16{,}3047$.

3.78. Вынесите общий множитель за скобки и найдите значение выражения:

1) $8{,}041 \cdot 19{,}25 - 19{,}25 \cdot 3{,}041$;

2) $235{,}04 \cdot 264{,}01 - 264{,}01 \cdot 35{,}04$;

3) $2{,}051 \cdot 14{,}57 + 14{,}57 \cdot 2{,}049$;

4) $5{,}264 \cdot 0{,}143 - 0{,}143 \cdot 5{,}2$.

Вычислите **(3.79—3.80).**

3.79. 1) $3{,}9075 \cdot 6{,}22 - 2{,}9075 \cdot 6{,}22$;

2) $19{,}65 \cdot 14{,}2 - 14{,}2 \cdot 19{,}55$;

3) $31{,}05 \cdot 0{,}489 + (29 + 2{,}05) \cdot 0{,}511$;

4) $(0{,}546 + 13{,}054) \cdot 9{,}59 - 13{,}6 \cdot 8{,}59$.

3.80. 1) $5{,}6 \cdot 12{,}74 + 4{,}98 \cdot 5{,}6 + 5{,}6 \cdot 3{,}28$;

2) $0{,}468 \cdot 15{,}87 + 6{,}99 \cdot 0{,}468 - 0{,}468 \cdot 12{,}86$;

3) $9{,}82 \cdot 2{,}4008 - 9{,}45 \cdot 2{,}4008 + 19{,}63 \cdot 2{,}4008$;

4) $4{,}116 \cdot 30{,}007 + 3{,}234 \cdot 30{,}007 + 30{,}007 \cdot 2{,}65$.

Скачано с сайта www.aversev.by

3.81. Как изменится сумма двух слагаемых, если оба слагаемых умножить на: а) 1,029; б) 0,99099?

3.82.* Длины сторон равнобедренного треугольника равны 14,8 см и 7,4 см. Найдите периметр другого равнобедренного треугольника, у которого стороны в 3,5 раза больше.

3.83. Масса минеральной воды «Минская-4» в двухлитровом баллоне в среднем равна 2,02 кг, масса баллона 0,048 кг. Какова масса шести двухлитровых баллонов минеральной воды «Минская-4»?

3.84.* Хватит ли 12,5 дм проволоки, чтобы изготовить модель прямоугольного параллелепипеда с измерениями 0,8 дм; 1,4 дм; 1,24 дм?

3.85.* С числом, записанным на доске, разрешены следующие операции: либо заменять его удвоенным, либо стирать его последнюю цифру. Как с помощью этих операций из числа 458 получить 14?

3.5. Задачи на сложение, вычитание и умножение десятичных дробей

При решении следующих задач необходимо вспомнить, как находится часть (дробь) от числа.

Пример 1. Найти 0,7 от 41,2 м.

Решение. $41{,}2 \cdot 0{,}7 = 28{,}84$ (м).

Ответ: 28,84 м.

Пример 2. Найти 0,25 от значения выражения $\big((12{,}4 - 3{,}75) + 3{,}75\big) \cdot 2$.

Решение. В данном выражении можно внутренние скобки не писать: $(12{,}4 - 3{,}75 + 3{,}75) \cdot 2 = 12{,}4 \cdot 2 = 24{,}8$.

Итак, $24{,}8 \cdot 0{,}25 = 6{,}2$.

Ответ: 6,2.

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 3. Для подготовки к международному математическому конкурсу «Кенгуру» Наталия Геннадьевна задала решить 150 нестандартных задач за 3 месяца. Степа за первый месяц решил 0,3 всех задач, за второй месяц число решенных им задач было равно 1,4 от числа всех задач, решенных за первый месяц, а за третий месяц он решил половину всех оставшихся задач. Сколько всего дополнительных задач решил Степа, готовясь к конкурсу?

Решение. За первый месяц Степа решил $150 \cdot 0{,}3$ задач, т. е. 45 задач. Число задач, решенных за второй месяц, равно $45 \cdot 1{,}4$, т. е. 63 задачи.

Всего за два месяца Степа решил $45 + 63 = 108$ (задач). Значит, ему осталось решить $150 - 108 = 42$ (задачи). За третий месяц Степа решил $42 \cdot 0{,}5 = 21$ (задачу).

Всего Степа решил $108 + 21 = 129$ (задач).

Ответ: 129 задач.

1. Как найти 0,85 числа?
2.* Что больше: а) 0,73 числа 0,037 или 0,037 числа 0,73; б) 0,73 числа 3,7 или 0,37 числа 7,3?

Упражнения

3.86.° Найдите сумму трех чисел, если первое слагаемое равно 26,4, второе — в 1,5 раза больше первого, а третье — равно сумме первых двух слагаемых.

3.87. Найдите сумму первых пяти членов числового ряда, если первый его член 6,25, а каждый следующий получают умножением предыдущего на 0,2.

3.88. Найдите уменьшаемое, если вычитаемое равно 0,549, а разность больше вычитаемого в 3,5 раза.

3.89.° Найдите периметр и площадь прямоугольника, если его длина в 1,5 раза больше ширины, равной 2,74 дм.

Скачано с сайта www.aversev.by

3.90. Высота прямоугольного параллелепипеда 17,05 дм, его ширина в 1,2 раза больше высоты, а длина в 1,5 раза больше ширины. Вычислите объем прямоугольного параллелепипеда.

3.91. Для оклейки комнаты приобрели 4 рулона обоев. Найдите площадь стен, которые можно оклеить этими обоями, если ширина одного рулона 1,06 м, а длина обоев в рулоне 25,5 м.

3.92. Для покраски пола, длина и ширина которого соответственно равны 8,5 м и 6,8 м, приобрели три банки краски по 2,2 кг. Хватит ли этой краски, если расход краски на 1 $м^2$ составляет 0,125 кг?

3.93. По шоссе рейсовый автобус едет со скоростью 72 $\frac{км}{ч}$, а через населенные пункты — со скоростью 51 $\frac{км}{ч}$. Найдите протяженность его маршрута, если чистое время движения через населенные пункты составило 0,45 ч, а по шоссе — 0,85 ч.

3.94. На пошив детского спортивного костюма требуется 1,5 м ткани, женского костюма — в 1,4 раза больше, а мужского — в 1,6 раза больше ткани, чем для детского. Сколько потребуется ткани на 25 детских, 24 женских и 32 мужских спортивных костюма?

3.95. В киоск поступили конфеты: ирис «Золотой ключик» и карамель «Клубника со сливками». Упаковка ириса имеет массу 0,125 кг, а упаковка карамели — 0,25 кг. Найдите общую массу этой партии конфет, если ириса поступило 4 ящика по 40 упаковок в каждом, а карамели — 3 ящика по 25 упаковок в каждом.

Скачано с сайта www.aversev.by

3.96. Чтобы приготовить тесто для кекса, бабушка берет 1 стакан кефира, 2 стакана муки, 1 стакан сахара и 2 яйца. Найдите массу теста, если масса кефира в стакане 0,22 кг, муки — 0,165 кг, сахара — 0,21 кг, а масса одного яйца — 0,056 кг.

3.97.° Найдите а) 0,25; б) 0,75; в) 0,375; г) 0,125 от:
1) 12,4; 2) 96,8;
3) 80,016; 4) 5,028.

3.98.° Найдите а) 0,1; б) 0,01; в) 0,0001; г) 0,001; д) 0,000001; е) 0,00001 от числа:
1) 48,57; 2) 75,92.

3.99.° Найдите а) 0,8; б) 0,28; в) 0,94 от числа:
1) 5,475; 2) 13,038.

3.100.° Чему равна градусная мера:
1) 0,1 прямого угла;
2) 0,1 развернутого угла;
3) 0,25 развернутого угла;
4) 0,4 прямого угла?

3.101.° Вычислите:
1) 0,48 от 295 км; 2) 0,35 от 150 кг;
3) 0,048 от 1,5 т; 4) 0,16 от 2,8 ц.

3.102. Сравните:
1) 0,38 от 4,95 и 0,76 от 2,48;
2) 0,28 от 4,2 и 0,005 от 234,8;
3) 0,42 от 68,9 и 0,81 от 35,72;
4) 0,049 от 145,8 и 0,69 от 10,36.

3.103.° Сколько килограммов в:
1) 0,1 ц; 2) 0,1 т;
3) 98 г; 4) 600 г?

Скачано с сайта www.aversev.by

3.104. Выразите десятичной дробью, целая часть которой 0, значение величины:

1) 5 дм; 2) 24 дм;
3) 75 см; 4) 144 см;
5) 5610 $м^2$; 6) 370 $м^2$;
7) 23 а; 8) 5,12 а.

3.105. Лена перевела без словаря с английского языка на русский 0,125 текста, состоявшего из 128 слов. Сколько слов осталось перевести Лене?

3.106. Масса куриного яйца равна 0,056 кг, масса желтка составляет 0,55, а масса скорлупы — 0,05 массы яйца. Остальная часть яйца — белок. Какова масса белка? (Решите двумя способами.)

3.107. Найдите длину шага Сережи, если она составляет 0,85 длины шага его отца, равной 0,8 м.

3.108. Найдите массу конфет «Грильяж», если она составляет 0,24 массы всех конфет в коробке, равной 0,65 кг.

3.109. На вязаный комплект — свитер, шарф и шапочку — ушло 1,15 кг шерстяной пряжи. Сколько пряжи пошло на свитер, если на шапочку и шарф ушло 0,3 всей пряжи? (Решите двумя способами.)

3.110.* Из 52 учащихся 23 собирают значки, 35 — марки, а 16 — и значки, и марки. Сколько учащихся не увлекается коллекционированием?

3.111.* Степа может покрасить забор за 4 ч, а Коля — за 6 ч. Какую часть забора покрасит каждый, если Степа и Коля будут работать вместе?

Скачано с сайта www.aversev.by

3.6. Числовые выражения с тремя действиями — сложением, вычитанием и умножением

Пример 1. Найти значение выражения

$$\left(3,36 + (0,8)^2\right) \cdot 2,831 - 10,324.$$

Решение. Определим в выражении порядок действий и выполним их поочередно:

1) $(0,8)^2 = 0,64$;
2) $3,36 + 0,64 = 4$;
3) $4 \cdot 2,831 = 2,831 \cdot 4 = 11,324$;
4) $11,324 - 10,324 = 1$.

Ответ: 1.

Пример 2. Найти значения выражений A и B и сравнить их, если:

$$A = 18,712 + 3,27 \cdot (84,804 - 65,04);$$
$$B = 18,712 + 3,27 \cdot 84,804 - 65,04.$$

Решение. Определим порядок действий в выражении A и выполним их поочередно:

1) $84,804 - 65,04 = 19,764$

2) $19,764 \times 3,27$:

$$\begin{array}{r} 19,764 \\ \times\ \ 3,27 \\ \hline 138348 \\ +\ 39528 \\ \ \ 59292 \\ \hline 64,62828 \end{array}$$

3) $18,712 + 64,62828 = 83,34028$

Аналогично выполнив действия в выражении B, получим 230,98108 (убедитесь в этом).

Ответ: $A = 83,34028$; $B = 230,98108$; $A < B$.

1. Вспомните и назовите действия первой и второй ступени.
2. В каком порядке выполняют действия в числовом выражении: а) без скобок; б) со скобками?

Скачано с сайта www.aversev.by

Упражнения

Найдите значение выражения **(3.112—3.113).**

3.112.° 1) $25{,}13 + 5{,}8 \cdot 4{,}7$;
2) $6{,}48 \cdot 80{,}01 - 245{,}46$;
3) $92{,}01 \cdot 0{,}62 + 6{,}85 \cdot 8{,}04$;
4) $0{,}298 \cdot 2{,}5 - 3{,}59 \cdot 0{,}0041$.

3.113.° 1) $3{,}48 \cdot 14{,}5 - 504{,}6 \cdot 0{,}1$;
2) $52{,}08 \cdot 4{,}95 - 2{,}56496 \cdot 100$;
3) $5{,}098 \cdot 16{,}25 + 1715{,}75 \cdot 0{,}01$;
4) $86{,}007 \cdot 21{,}3 + 50{,}9 \cdot 0{,}001$.

3.114. Вычислите:
1) сумму 64,08 и произведения чисел 3,75 и 100;
2) произведение 0,0001 и суммы чисел 3,501 и 6,12;
3) разность 405,08 и произведения чисел 9,67 и 20,6;
4) произведение 1000 и разности чисел 15,8 и 9,8.

3.115. Сравните значения числовых выражений A и B и найдите $A + B$ и $A - B$, если:
1) $A = 29{,}65 \cdot 1{,}5$ и $B = 3{,}35 \cdot 1{,}5$;
2) $A = 3{,}78 + 6{,}22$ и $B = 19{,}7 \cdot 0{,}01$;
3) $A = 10{,}9 \cdot 5{,}8$ и $B = 56{,}48 - 0{,}48$;
4) $A = 2{,}99 + 5{,}01$ и $B = 7{,}23 - 0{,}03$.

3.116. Найдите значение произведения числовых выражений A и B, если:
1) $A = 19{,}87 + 6{,}03$ и $B = 14{,}3 - 8{,}03$;
2) $A = 25{,}03 - 15{,}03$ и $B = 0{,}54 + 88{,}46$;
3) $A = 82{,}0094 + 3{,}0906$ и $B = 2{,}7 - 0{,}7$;
4) $A = 19{,}02 + 5{,}33$ и $B = 5{,}6 \cdot 2{,}85$.

3.117. Вычислите произведение суммы и разности значений числовых выражений A и B из **3.116.**

Скачано с сайта www.aversev.by

3.118. Вычислите:

1) $(3{,}245 + 28{,}9 \cdot 0{,}45) \cdot 1{,}2^2$;

2) $0{,}15^2 + 17{,}05 \cdot (1{,}348 + 1{,}602)$;

3) $(2{,}19 + 0{,}9^2) \cdot 0{,}0021 + 12{,}9937$;

4) $(0{,}07^2 - 0{,}0024) \cdot 160{,}8 + 0{,}2^3$.

3.119. Какое из выражений, A или B, меньше и почему, если:

1) $A = (72{,}96 + 5{,}39) \cdot 100{,}001$
и $B = (72{,}96 + 5{,}39) \cdot 100{,}01$;

2) $A = 19{,}5601 - 3{,}78 \cdot 2{,}007$
и $B = 19{,}6501 - 3{,}78 \cdot 2{,}007$;

3) $A = (5{,}098 - 2{,}01 \cdot 1{,}004) \cdot 6{,}8005$
и $B = (5{,}098 + 2{,}01 \cdot 1{,}004) \cdot 6{,}8005$;

4) $A = 86{,}45 \cdot 0{,}507 + (68{,}54 - 14{,}009)$
и $B = 86{,}45 \cdot 0{,}507 + (68{,}45 - 14{,}09)$?

3.120. Представьте число a в виде произведения:
а) натурального числа и суммы двух десятичных дробей; б) десятичной дроби и разности двух натуральных чисел, если:
1) $a = 36{,}8$; 2) $a = 0{,}458$.

3.121. Представьте число b в виде произведения:
а) натурального числа и разности десятичных дробей; б) десятичной дроби и суммы двух натуральных чисел, если:
1) $b = 120$; 2) $b = 15$.

Составьте числовое выражение для искомой величины и найдите ее **(3.122—3.124).**

3.122. 1) Чему равна сумма четырех десятичных дробей, первая из которых 62,5, а каждую следующую получают умножением предыдущей на 0,2?

2) Чему равен периметр прямоугольника шириной 2,35 дм и длиной в 1,2 раза большей?

Скачано с сайта www.aversev.by

3.123. 1) Белоснежка подготовила для семи гномов подарки к Рождеству, положив в каждый по три шоколадки «Нежность» массой 0,025 кг каждая, по две конфеты «Великан» массой 0,25 кг каждая, 0,125 кг ириса «Мечта», 0,2 кг конфет «Тайна». Какова общая масса подарков?

2) Масса кошки равна 4,5 кг, а масса каждого из ее пяти котят — 0,35 кг. Найдите массу кошки с пятью котятами.

3.124. 1) Катер, собственная скорость которого равна $15\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, затратил на путь против течения реки 0,8 ч, а на движение в обратном направлении — 0,7 ч. Какое расстояние прошел катер, если скорость течения реки $1\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$?

2) Чтобы определить длину моста через реку Сож, Коля подсчитал, что на расстоянии между двумя фонарными столбами он делает 14,5 шага, а от начала до конца моста установлено 11 фонарных столбов. Какова длина моста, если длина шага Коли 0,65 м?

3.125.* Составьте задачу по числовому выражению:
1) $5 \cdot (3{,}29 + 2{,}44)$;
2) $2{,}8 \cdot 4 + 3{,}25 \cdot 2$.

3.126.* Можно ли соединить дорогами 5 городов (никакие 3 из которых не лежат на одной прямой) так, чтобы каждый город был соединен с тремя другими?

Скачано с сайта www.aversev.by

Глава 4

ДЕЛЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

4.1. Деление десятичной дроби на 10; 100; 1000; ... Деление десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001; ...

Разделить число на 10 — это все равно, что умножить его на 0,1. И аналогично для деления на 100; 1000 и т. д. Поэтому, зная правило умножения десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д., можно сформулировать правило деления десятичной дроби на 10; 100; 1000 и т. д.

Чтобы разделить десятичную дробь на 10; 100; 1000 и т. д., нужно в этой дроби перенести запятую на один, два, три и т. д. знаков влево.

Пример 1. Разделить 831,4 на 10 000.

Решение. $831{,}4 : 10\ 000 = 0{,}08314$.

Ответ: 0,08314.

Разделить число на 0,1 — это все равно, что умножить его на 10. И аналогично для деления на 0,01; 0,001 и т. д. Поэтому, зная правило умножения десятичной дроби на 10; 100; 1000 и т. д., можно сформули-

Скачано с сайта www.aversev.by

ровать правило деления десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д. Итак,

чтобы разделить десятичную дробь на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д., нужно в этой дроби перенести запятую на один, два, три и т. д. знаков вправо.

Пример 2. Разделить 93,121 на 0,0001.

Решение. $93{,}121 : 0{,}0001 = 931\,210$.

Ответ: 931 210.

1. Как разделить десятичную дробь:
   а) на 10; б) на 100; в) на 1 000 000?
2. Как разделить десятичную дробь:
   а) на 0,1; б) на 0,01; в) на 0,00001?
3. Как изменится десятичная дробь, если в ней перенести запятую: а) на 3 знака влево; б) на 5 знаков вправо?

Упражнения

4.1.° Разделите на а) 10; б) 100; в) 1000; г) 10 000; д) 100 000 дробь:

1) 126,8; 2) 84,01;
3) 0,791; 4) 0,603.

4.2.° Найдите частное:

1) $0{,}45 : 10$; 2) $4{,}33 : 1000$;
3) $92{,}07 : 1000$; 4) $4{,}24 : 100$;
5) $0{,}055 : 100$; 6) $0{,}58 : 1000$.

4.3.° Уменьшите а) в 100 раз; б) в 1000 раз дробь:

1) 562,8; 2) 26,73;
3) 0,048; 4) 0,991.

4.4.° Найдите частное:

1) $0{,}01 : 10$; 2) $0{,}01 : 100$;
3) $0{,}001 : 1000$; 4) $0{,}01 : 10\,000$.

Скачано с сайта www.aversev.by

4.5.° На какое число разделили 123 456,789, если в результате получили:

1) 12 345,6789; 2) 1234,56789;
3) 123,456789; 4) 12,3456789;
5) 1,23456789; 6) 0,0123456789?

4.6.° Во сколько раз увеличится число, если в нем отбросить запятую:

1) 9,46; 2) 6,8;
3) 8,001002; 4) 85,000004?

4.7. Найдите значение выражения $(a + 0{,}476) : 10\,000$, если:

1) $a = 25\ 364{,}1$; 2) $a = 268{,}004$;
3) $a = 0{,}055$; 4) $a = 0{,}0047$.

4.8. Найдите значение выражения $6099{,}42 : (b + 0{,}3)$, если:

1) $b = 999{,}7$; 2) $b = 9999{,}7$;
3) $b = 99\,999{,}7$; 4) $b = 9\,999\,999{,}7$.

4.9. Решите уравнение:

1) $1{,}0265 : x = 1000$; 2) $42{,}68 : y = 10\,000$;
3) $0{,}0001 : y = 10$; 4) $0{,}01 : x = 100$.

4.10. Разделите на а) 0,01; б) 0,001; в) 0,000001; г) 0,00000001 число:

1) 525; 2) 1231; 3) 3,784;
4) 2,015; 5) 0,0017; 6) 0,00032.

Найдите частное **(4.11—4.12).**

4.11. 1) 15,04 : 0,1; 2) 17,269 : 0,01;
3) 3,007 : 0,001; 4) 0,057 : 0,0001.

4.12. 1) 0,00001 : 0,01; 2) 0,0001 : 0,001;
3) 0,0001 : 0,0001; 4) 0,001 : 0,0001.

4.13. Найдите значение выражения $(n + 7{,}11) : 0{,}01$, если:

1) $n = 561{,}02$; 2) $n = 12{,}89$;
3) $n = 4{,}3$; 4) $n = 0{,}076$.

Скачано с сайта www.aversev.by

4.14. Найдите значение выражения $2{,}05 : (m - 0{,}37)$, если:
1) $m = 0{,}47$; 2) $m = 0{,}38$;
3) $m = 0{,}37001$; 4) $m = 0{,}370001$.

4.15. Найдите t, если в частном $9876{,}54321 : t$ получено:
1) 987,654321; 2) 98 765,4321;
3) 987 654,321; 4) 0,987654321.

Найдите значение выражения **(4.16—4.17)**.

4.16. 1) $524{,}01 : 10\,000 : 0{,}001$;
2) $175{,}6 : 0{,}1 : 100\,000$;
3) $14{,}0069 : 0{,}0001 : 100$;
4) $0{,}271 : 100\,000 : 0{,}00001$.

4.17. 1) $15 : 100 : \frac{1}{1000}$; 2) $62{,}35 : 1000 : \frac{1}{10}$;
3) $2{,}08 : \frac{1}{10\,000} : 1000$;
4) $5{,}7 : \frac{1}{100\,000} : 100$.

4.18. Найдите значение выражения $a : 10 + b : 0{,}01$, если:
1) $a = 5{,}8$, $b = 4{,}2$; 2) $a = 0{,}45$, $b = 123{,}4$;
3) $a = 2{,}17$, $b = 0{,}055$; 4) $a = 0{,}05$, $b = 0{,}001$.

4.19. Решите уравнение:
1) $0{,}5 : x = 0{,}001$; 2) $6{,}78 : y = 0{,}0001$;
3) $168 : y = 0{,}01$; 4) $75\,022 : y = 0{,}0001$.

4.20. Какое из двух чисел а) меньше; б) больше и во сколько раз:
1) 3,89 и 0,00389; 2) 0,125 и 1250;
3) 22,007 и 0,0022007; 4) 2,059 и 0,0002059?

4.21. Установите закономерность и запишите три следующих числа данного числового ряда:
1) 5,65894; 565,894; 56 589,4; ...;
2) 125,6; 1,256; 0,01256; ... .

Скачано с сайта www.aversev.by

4.22.* После деления 2,3 на число d Даша получила ответ 0,0023, а Леня разделил 2,3 на число l. Найдите числа d и l, зная, что Дашин результат в сравнении с результатом Лени оказался в h раз а) больше; б) меньше и:

1) $h = 100$; 2) $h = 1000$;

3) $h = 10\ 000$; 4) $h = 100\ 000$.

4.23.* В группе из 80 туристов, приехавших на экскурсию в Минск, 52 хотят посетить театр, 30 — цирк, а 12 хотят посетить и театр, и цирк. Сколько в группе туристов, которые хотят посетить другие интересные места в Минске?

4.2. Деление десятичной дроби на натуральное число

Деление десятичной дроби на натуральное число можно выполнять по тому же правилу, что и деление натуральных чисел, — уголком.

Пример 1. Найти частное 73,2 : 5.

Решение. Делим уголком, не обращая внимания на запятую (рис. 26). Когда деление целой части (числа 73) на 5 закончилось, в частном получилось 14. После цифры 4 ставим запятую и продолжаем деление. Закончив сносить все цифры делимого, мы не получили в остатке 0, а получили 2, поэтому деление продолжается. Приписываем к остатку справа 0. Это все равно, что приписать 0 к дроби 73,2, а она, как мы знаем, от этого не изменится. Продолжаем делить до тех пор, пока в остатке получится 0.

```
 73,2 | 5
-5    | 14,64
 23
-20
  32
 -30
   20
  -20
    0
```

Рис. 26

Ответ: 14,64.

Скачано с сайта www.aversev.by

Чтобы разделить десятичную дробь на натуральное число, нужно разделить ее на это число уголком по правилу деления натуральных чисел — при этом запятую в частном поставить, как только закончится деление целой части дроби.

Пример 2. Найти частное 24,48 : 75.

Решение. Целую часть числа 24,48, т. е. 24, делим на 75. Получаем в частном 0, ставим после него запятую и продолжаем деление по правилу деления натуральных чисел, *приписывая к остаткам нули* (рис. 27).

Ответ: 0,3264.

```
 24,48 | 75
 225   | 0,3264
 198
 150
 480
 450
 300
 300
   0
```

Рис. 27

Пример 3. Найти частное: а) 0,0403 : 13; б) 58,8932 : 29.

Решение. а) см. рис. 28; б) см. рис. 29.

```
 0,0403 | 13
 0      | 0,0031
 00
 00
 04
 00
 40
 39
 13
 13
  0
```

Рис. 28

```
 58,8932 | 29
 58      | 2,0308
 08
 00
 89
 87
 23
 00
 232
 232
   0
```

Рис. 29

Ответ: а) 0,0031; б) 2,0308.

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 4. В магазине продали 104,5 кг мармелада и зефира. Сколько продали килограммов мармелада, если зефира было продано на 13,2 кг больше?

Решение. Если массу проданного зефира изобразить некоторым отрезком, то отрезок, изображающий массу проданного мармелада, будет короче (рис. 30).

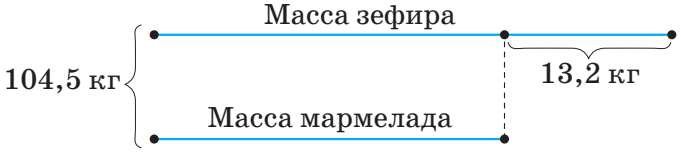


Рис. 30

Отняв от 104,5 кг массу 13,2 кг, мы найдем двойную массу проданного мармелада:

$$104{,}5 - 13{,}2 = 91{,}3 \text{ (кг)}.$$

Следовательно, масса проданного мармелада

$$91{,}3 : 2 = 45{,}65 \text{ (кг)}.$$

Ответ: 45,65 кг.

Решим эту же задачу, используя уравнение.

Пусть продали x кг мармелада, тогда зефира продали $(x + 13{,}2)$ кг. Так как всего зефира и мармелада продали 104,5 кг, то составим уравнение

$$x + x + 13{,}2 = 104{,}5.$$

Корень уравнения (убедитесь в этом) $x = 45{,}65$.

▲ Известно, что если точка $C(c)$ координатного луча является серединой отрезка с концами в точках $A(a)$ и $B(b)$ (рис. 31), то $c = (a + b) : 2$. ▲

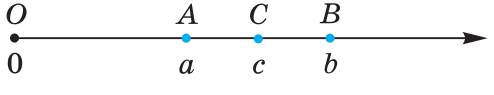


Рис. 31

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 5. Найдите координату k точки K — середины отрезка MN, если $M(3{,}754)$ и $N(8{,}0957)$.

Решение. $k = (3{,}754 + 8{,}0957) : 2 = 11{,}8497 : 2 = 5{,}92485$

Ответ: $k = 5{,}92485$.

1. Как разделить десятичную дробь на натуральное число?
2. Чему равна координата c, если точка $C(c)$ — середина отрезка с концами в точках $A(a)$ и $B(b)$?

Упражнения

Найдите частное **(4.24—4.28).**

4.24.° 1) $1{,}6 : 2$; 2) $0{,}16 : 2$;
3) $0{,}000016 : 2$; 4) $0{,}0016 : 2$.

4.25.° 1) $0{,}35 : 7$; 2) $0{,}035 : 7$;
3) $0{,}0035 : 7$; 4) $0{,}0000035 : 7$.

4.26.° 1) $13{,}2 : 12$; 2) $17{,}5 : 25$;
3) $0{,}132 : 12$; 4) $0{,}175 : 25$;
5) $0{,}00000132 : 12$; 6) $0{,}00000175 : 25$.

4.27.° 1) $96{,}33 : 3$; 2) $20{,}5 : 5$;
3) $21{,}49 : 7$; 4) $120{,}606 : 6$;
5) $75{,}105 : 15$; 6) $84{,}063 : 21$.

4.28.° 1) $0{,}6 : 12$; 2) $0{,}9 : 18$;
3) $2{,}16 : 72$; 4) $2{,}025 : 45$;
5) $0{,}175 : 25$; 6) $0{,}01221 : 11$.

4.29.° Уменьшите в 12 раз десятичную дробь:
1) 24,6; 2) 1,32; 3) 7,2; 4) 0,066.

4.30.° Найдите частное от деления числа 12,48 на:
1) 2; 2) 4; 3) 5;
4) 8; 5) 12; 6) 24.

4.31. Найдите значение выражения:
1) $2{,}4 : 6 + 12{,}8 : 4$; 2) $15{,}3 : 9 - 1{,}8 : 6$;
3) $1028{,}4 : 20 - 72{,}8 : 8$; 4) $2{,}844 : 30 + 0{,}408 : 400$.

Скачано с сайта www.aversev.by

4.32.° Найдите частное, используя верное равенство $7601 \cdot 594 = 4\ 514\ 994$:

1) 45 149,94 : 7601; 2) 45,14994 : 7601;
3) 0,4514994 : 7601; 4) 45 149,94 : 594;
5) 451,4994 : 594; 6) 0,04514994 : 594.

4.33. Найдите значение выражения $(a - 0{,}4) : 125$, если:

1) $a = 0{,}5$; 2) $a = 2{,}9$;
3) $a = 10{,}45$; 4) $a = 500{,}6$.

4.34. Найдите значение выражения $0{,}54 : (b + 5)$, если:

1) $b = 1$; 2) $b = 85$;
3) $b = 13$; 4) $b = 535$.

Решите уравнение **(4.35—4.36).**

4.35.° 1) $4{,}8 : y = 4$; 2) $0{,}15 : x = 3$;
3) $x \cdot 15 = 0{,}075$; 4) $x \cdot 13 = 0{,}1625$.

4.36. 1) $3 \cdot x - 0{,}2 = 7{,}9$; 2) $7 \cdot x + 2{,}2 = 19{,}7$;
3) $5 \cdot x + 0{,}008 = 0{,}052$; 4) $6 \cdot x - 1{,}252 = 5{,}948$.

4.37. Найдите среднее арифметическое чисел:

1) 0,264; 1,597; 0,556; 2,04 и 1,007;
2) 5,6; 6,23; 6,021; 5,303; 6,16 и 5,81.

4.38. Найдите c, если точка $C(c)$ — середина отрезка с концами в точках $A(a)$ и $B(b)$:

1) $A(5{,}2)$, $B(12{,}7)$; 2) $A(0{,}18)$, $B(4{,}3)$;
3) $A(2{,}72)$, $B(8{,}5)$; 4) $A(0{,}1)$, $B(0{,}001)$.

4.39. Найдите сторону a квадрата, зная периметр:

1) 1,6 дм; 2) 0,24 м;
3) 12,48 см; 4) 0,084 м.

4.40. Найдите числа a и b (двумя способами), если a больше b на:

1) 8,6 и $a + b = 24{,}6$; 2) 12,2 и $a + b = 38{,}2$.

Скачано с сайта www.aversev.by

4.41. В швейное ателье поступило 368,75 м ткани — джинсовой и драпа. Сколько джинсовой ткани поступило, если ее на 98,75 м больше, чем драпа?

4.42. Найдите массу каждого из 3 пакетов, если первый пакет на 0,5 кг легче второго, третий — на 0,4 кг легче первого, а их общая масса 4,3 кг.

4.43. Найдите сторону равностороннего треугольника, если его периметр равен 0,078 м.

4.44. Из 1,5 м проволоки надо изготовить каркасную модель куба. Найдите наибольшую возможную длину ребра куба.

4.45. Расстояние между Гомелем и Минском, равное 323 км, автомобиль преодолел за 4 ч. Найдите среднюю скорость движения автомобиля.

4.46. На острове Новая Гвинея встречается самое быстрорастущее дерево — эвкалипт, высота которого увеличивается на 10,65 м за 1 год 3 месяца. Найдите среднемесячный прирост эвкалипта.

4.47. Масса овсяного печенья равна 10,5 кг. Все печенье расфасовали поровну в 35 пакетов. Найдите массу печенья в одном пакете.

4.48. На выполнение 25 заданий отводится 2,5 ч. Сколько времени в среднем отводится на выполнение одного задания? Ответ дайте в часах; в минутах.

4.49. Чему равна скорость катера в стоячей воде, если катер идет вверх по реке со скоростью 12,7 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а вниз по реке — со скоростью 14,2 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$?

4.50.* Рост Николая, Виктора и Сергея — по 1,56 м, Павла и Дениса — по 1,59 м, Леонида — 1,6 м, Юрия — 1,62 м, Александра — 1,52 м. Найдите средний рост этих мальчиков.

Скачано с сайта www.aversev.by

4.51.* Из чашки с кофе в чашку с молоком перелили ложку кофе, затем такую же ложку смеси перелили обратно. Чего больше: молока в чашке с кофе или кофе в чашке с молоком?

4.3. Деление десятичных дробей

Нам известно основное свойство частного:

если делимое и делитель умножить на одно и то же число, не равное нулю, то частное не изменится.

Значит, и десятичные дроби обладают этим свойством. Пользуясь им, деление десятичных дробей можно свести к делению десятичной дроби на натуральное число.

Пример 1. Найти частное 6,11 : 5,2.

Решение. Перенесем запятую в делимом и делителе на один знак вправо. Тогда делимое и делитель увеличатся в 10 раз, а частное не изменится:

$$6{,}11 : 5{,}2 = 61{,}1 : 52.$$

Теперь разделим 61,1 на натуральное число 52 уголком (рис. 32).

61,1	52
52	1,175
91	
52	
390	
364	
260	
260	
0	

Рис. 32

Ответ: 1,175.

Пример 2. Найти частное 4,59 : 0,68.

Решение. В делителе после запятой 2 знака. Поэтому, чтобы свести деление на десятичную дробь к делению на натуральное число, в делимом и делителе запятую перенесем на 2 знака вправо. Имеем:

$$4{,}59 : 0{,}68 = 459 : 68.$$

Выполнив деление (сделайте это), получим 6,75.

Ответ: 6,75.

Скачано с сайта www.aversev.by

Чтобы разделить десятичную дробь на десятичную дробь, нужно в делимом и делителе перенести запятую на столько знаков вправо, сколько их после запятой в делителе, а затем выполнить деление на натуральное число.

Пример 3. Какую часть составляет:
а) 8,4 дм от 4,2 м; б) 8,4 $дм^2$ от 4,2 $м^2$?

Решение. Чтобы найти, какую часть составляет одно число от другого, надо первое число разделить на второе. Чтобы решить такую задачу для величин, их надо выразить в одинаковых единицах измерения.

а) Поскольку 1 дм = 0,1 м, то

$$8{,}4\ дм = 8{,}4 \cdot 1\ дм = 8{,}4 \cdot 0{,}1\ м = 0{,}84\ м.$$

Имеем: 0,84 м : 4,2 м = 0,2.

б) Поскольку 1 $дм^2$ = 0,01 $м^2$, то

$$8{,}4\ дм^2 = 8{,}4 \cdot 1\ дм^2 = 8{,}4 \cdot 0{,}01\ м^2 = 0{,}084\ м^2.$$

Имеем: 0,084 $м^2$: 4,2 $м^2$ = 0,02.

Ответ: а) 0,2; б) 0,02.

1. Как разделить одну десятичную дробь на другую?
2. На каком свойстве основано правило деления десятичных дробей?

Упражнения

Найдите частное **(4.52—4.55).**

4.52.° 1) 1,5 : 0,5; 2) 0,15 : 0,05;
3) 4,5 : 0,9; 4) 0,45 : 0,9.

4.53.° 1) 144 : 1,6; 2) 165 : 1,5;
3) 1,44 : 1,6; 4) 1,65 : 1,5;
5) 1,44 : 0,016; 6) 1,65 : 0,015.

Скачано с сайта www.aversev.by

4.54.° 1) 12,6 : 0,06; 2) 4,15 : 0,05;
3) 72,18 : 0,009; 4) 84,28 : 0,0007;
5) 6,25 : 2,5; 6) 3,48 : 1,2.

4.55.° 1) 60,201 : 4,5; 2) 29,007 : 7,2;
3) 1,8546 : 0,33; 4) 1,0634 : 0,026;
5) 0,364224 : 0,0056; 6) 0,252915 : 0,0065.

4.56.° Укажите равные частные:
а) 2,564 : 0,16; б) 2,564 : 1,6;
в) 25,64 : 0,16; г) 25,64 : 16;
д) 2564 : 16; е) 256,4 : 16.

4.57. Верно ли равенство:
1) 12,0087 : 0,072 = 12 008,7 : 72;
2) 325,71 : 0,025 = 3,2571 : 25;
3) 1,5 : 0,00075 = 1 500 000 : 75;
4) 0,45 : 0,000018 = 450 000 : 18?

4.58. Пусть $p : k = t$. Найдите частное t, если:
1) $p = k$;
2) p больше k в 1,0758 раза;
3) p больше k в 5,0948 раза;
4) $p = k : 0{,}25$.

4.59. Найдите частное и проверьте результат с помощью а) умножения; б) деления:
1) 3,745515 : 0,645;
2) 44,386432 : 0,0608;
3) 342,5248644 : 0,5007;
4) 0,652918032 : 0,07254.

4.60.° Найдите частное:
1) 1 : 0,05; 2) 1 : 0,08;
3) 1 : 0,004; 4) 1 : 0,0002;
5) 1 : 0,0016; 6) 1 : 0,625.

4.61.° Найдите число, обратное числу:
1) 0,125; 2) 2,5;
3) 0,04; 4) 0,005.

Скачано с сайта www.aversev.by

4.62.° Найдите значение выражения $10 : (a - 0{,}111)$, если:
1) $a = 1{,}711$; 2) $a = 0{,}361$;
3) $a = 0{,}1235$; 4) $a = 0{,}1118$.

4.63.° Найдите значение выражения $(b + 0{,}012) : 0{,}125$, если:
1) $b = 24{,}988$; 2) $b = 62{,}288$;
3) $b = 0{,}036$; 4) $b = 0{,}088$.

Решите уравнение **(4.64—4.66)**.

4.64. 1) $0{,}8 \cdot x = 24$; 2) $0{,}17 \cdot y = 51$;
3) $0{,}008 \cdot p = 1$; 4) $0{,}24 \cdot y = 6$.

4.65. 1) $15{,}6 \cdot x = 5{,}304$; 2) $122{,}2248 : x = 8{,}02$;
3) $y \cdot 19{,}57 = 9{,}84371$; 4) $9{,}84371 \cdot y = 0{,}0984371$.

4.66. 1) $4{,}05 + 8{,}2 \cdot x - 3{,}4 - 7{,}7 \cdot x = 3{,}7$;
2) $3{,}35 + 6{,}8 \cdot y - 2{,}3 \cdot y + 5{,}8 = 18{,}6$.

4.67. Зная, что $14\,485\,738 : 6971 = 2078$, проверьте, верно ли равенство:
1) $144{,}85738 : 6{,}971 = 2{,}078$;
2) $14{,}485738 : 0{,}6971 = 20{,}78$;
3) $1448{,}5738 : 0{,}06971 = 2078$;
4) $144\,857{,}38 : 6{,}971 = 207\,800$.

4.68. Зная, что $715 \cdot 264 = 188\,760$, найдите частное:
1) $18{,}876 : 0{,}715$; 2) $1{,}8876 : 7{,}15$;
3) $0{,}18876 : 26{,}4$; 4) $1887{,}6 : 0{,}0264$.

4.69.* Как изменится частное, если в делимом перенести запятую на n знаков влево, а в делителе — на k знаков вправо, зная, что:
1) $n = 3,\ k = 2$; 2) $n = 1,\ k = 3$;
3) $n = 2,\ k = 4$; 4) $n = 3,\ k = 4$?

4.70.* Как изменится частное, если в делимом перенести запятую на n знаков вправо, а в делителе — на k знаков влево, зная, что:

Скачано с сайта www.aversev.by

1) $n = 3,\ k = 0$; 2) $n = 0,\ k = 2$;
3) $n = 2,\ k = 3$; 4) $n = 4,\ k = 1$?

4.71. Представьте дробь 27,531 в виде произведения трех чисел, два из которых равны:
1) 1,52 и 8,05; 2) 4,75 и 5,04.

4.72. Длина ломаной равна 1,254 м. Найдите число звеньев ломаной, если длина каждого ее звена равна:
1) 2,09 дм; 2) 62,7 см.

4.73. Площадь прямоугольника равна 24,94 $см^2$. Найдите периметр прямоугольника, если его длина равна:
1) 5,8 см; 2) 0,29 дм.

4.74. На дорогу из Могилева в Витебск грузовик затратил 2,5 ч. Найдите его скорость, если расстояние между Могилевом и Витебском 157 км.

4.75. Масса кошки 4 кг, а масса ее новорожденного котенка 0,08 кг. Во сколько раз кошка тяжелее своего котенка?

4.76. Какую часть составляет:
1) 1,125 мм от 3,75 см; 2) 2,8 дм от 0,56 м;
3) 2,564 кг от 0,016 ц; 4) 6,25 г от 0,025 кг;
5) 2,8 $см^2$ от 0,56 $м^2$; 6) 1,125 $мм^2$ от 3,75 $дм^2$?

4.77. Найдите число, если его:
1) 0,3 равны 12; 2) 0,8 равны 0,4;
3) 0,125 равны 12; 4) 0,75 равны 15.

4.78. Найдите значение величины, если ее:
1) 0,01 равна 5 м; 2) 0,001 равна 8 л;
3) 0,2 равны 36 кг; 4) 0,3 равны 12 км;
5) 0,06 равны 30 км; 6) 0,12 равны 24 ч.

4.79.* Делится ли сумма $1 + 2 + 3 + \ldots + 2015$ на 2015?

Скачано с сайта www.aversev.by

4.4. Числовые выражения с десятичными дробями

Рассмотрим примеры, в которых для нахождения значений числовых выражений надо выполнять все действия с десятичными дробями.

Пример 1. Найти значение выражения

$$(0{,}52 + 1{,}48) \cdot 7{,}5 : (8{,}7 - 29{,}25 : 7{,}5).$$

Решение. *Способ 1*. Определим порядок действий (сделайте это) и выполним их поочередно:

1) $0{,}52 + 1{,}48 = 2$; 2) $29{,}25 : 7{,}5 = 3{,}9$;

3) $8{,}7 - 3{,}9 = 4{,}8$.

В полученном выражении $2 \cdot 7{,}5 : 4{,}8$ выполним умножение и деление (слева направо):

4) $2 \cdot 7{,}5 = 15$; 5) $15 : 4{,}8 = 3{,}125$.

Ответ: 3,125.

Способ 2. Можно решать пример 1 не *по действиям*, а *цепочкой*:

$$(0{,}52 + 1{,}48) \cdot 7{,}5 : (8{,}7 - 29{,}25 : 7{,}5) =$$
$$= 2 \cdot 7{,}5 : (8{,}7 - 3{,}9) = 2 \cdot 7{,}5 : 4{,}8 = 15 : 4{,}8 = 3{,}125.$$

Пример 2. Вычислить:

$$\left((0,3)^2 + 12{,}91\right) : 2{,}6 - \left((0,2)^3 + 3{,}992\right) \cdot 1{,}25.$$

Решение. *Способ 1 (по действиям)*.

1) $(0,3)^2 = 0{,}09$; 2) $0{,}09 + 12{,}91 = 13$;

3) $(0,2)^3 = 0{,}008$; 4) $0{,}008 + 3{,}992 = 4$;

5) $13 : 2{,}6 = 5$; 6) $4 \cdot 1{,}25 = 5$;

7) $5 - 5 = 0$.

Ответ: 0.

Способ 2 (цепочкой).

$$\left((0,3)^2 + 12{,}91\right) : 2{,}6 - \left((0,2)^3 + 3{,}992\right) \cdot 1{,}25 =$$
$$= (0{,}09 + 12{,}91) : 2{,}6 - (0{,}008 + 3{,}992) \cdot 1{,}25 =$$
$$= 13 : 2{,}6 - 4 \cdot 1{,}25 = 5 - 5 = 0.$$

Скачано с сайта www.aversev.by

Упражнения

Прочитайте числовое выражение и найдите его значение **(4.80—4.81).**

4.80.° 1) $15{,}745 + 2{,}35$; 2) $15{,}745 - 2{,}35$;
3) $15{,}745 \cdot 2{,}35$; 4) $15{,}745 : 2{,}35$.

4.81.° 1) $15{,}6 : 2{,}5 + 14{,}09$; 2) $44{,}62 - 0{,}57 : 0{,}02$;
3) $15{,}03 : 0{,}06 \cdot 2{,}4$; 4) $19{,}25 \cdot 3{,}26 : 1{,}63$.

Найдите значение выражения **(4.82—4.83).**

4.82.° 1) $19{,}267 \cdot 4{,}9907 : 4{,}9907$;
2) $56{,}781 \cdot 0{,}9863 : 9{,}863$;
3) $0{,}89204 \cdot 56{,}8 : 89{,}204$;
4) $9044{,}8 \cdot 0{,}3568 : 356{,}8$.

4.83.° 1) $(3{,}25 - 2{,}69) : 0{,}01 + 56{,}6327 : 1{,}087$;
2) $57{,}696 : (0{,}576 + 9{,}024) + 29{,}9 \cdot 0{,}1$;
3) $14{,}85 \cdot 6{,}02 - 0{,}96 : (12{,}888 : 5{,}37)$;
4) $16{,}34 - 9{,}08 \cdot (0{,}6015 : 2{,}406)$.

Вычислите **(4.84—4.85).**

4.84. 1) Сумму 4,8 и частного чисел 18,772 и 3,61;
2) частное суммы чисел 60,79 и 81,35 и десятичной дроби 9,2;
3) разность 53,05 и частного чисел 6,552 и 2,184;
4) частное 1,286 и разности чисел 16,27 и 9,84.

4.85. 1) Сумму частного и произведения чисел 37,15 и 14,86;
2) разность частного и произведения чисел 2,465 и 0,58.

4.86. Сравните значения выражений:
1) $4{,}5 \cdot (24{,}75 : 2{,}75) : 0{,}9$ и $4{,}5 \cdot (2{,}475 : 2{,}75) : 0{,}09$;
2) $3{,}069 : 0{,}99 + 17{,}5 \cdot 0{,}02$ и $3{,}069 : 0{,}9 + 17{,}5 \cdot 0{,}2$.

Скачано с сайта www.aversev.by

4.87. Найдите а) $A + B$; б) $A - B$, если:
1) $A = 4{,}53 : 3{,}02$ и $B = 229{,}7 \cdot 0{,}002$;
2) $A = 16{,}4 \cdot 0{,}75$ и $B = 0{,}294 : 0{,}084$;
3) $A = 9{,}65 \cdot 2{,}4$ и $B = 1{,}05 : 0{,}075$;
4) $A = 42{,}315 : 12{,}09$ и $B = 10{,}98 \cdot 0{,}07$.

4.88. Найдите а) произведение; б) частное числовых выражений A и B, если:
1) $A = 9{,}48 + 0{,}72$ и $B = 89{,}08 : 52{,}4$;
2) $A = 65{,}1 + 3{,}24$ и $B = 40{,}2 \cdot 0{,}1$;
3) $A = 63{,}765 : 98{,}1$ и $B = 0{,}65 \cdot 2{,}5$;
4) $A = 128{,}51 : 14{,}2$ и $B = 39{,}285 : 0{,}39285$.

4.89. Вычислите:
1) $(1{,}7 : 6{,}8)^2 \cdot (0{,}4)^3$;
2) $(0{,}6)^3 : (1{,}45 : 2{,}9)^2$;
3) $3{,}43 : (1{,}75 : 0{,}25)^3$;
4) $(1{,}2)^2 : (0{,}348 : 0{,}87)^3$.

4.90. Найдите частное чисел:
1) 5^3 и $2{,}5^2$;
2) 6^3 и $0{,}3^2$;
3) $0{,}4^3$ и $0{,}08^2$;
4) $0{,}6^3$ и $0{,}12^2$.

4.91. Найдите значение выражения:
1) $(0{,}4^3 - 0{,}064) : 26{,}59704$;
2) $13{,}607111 : 65{,}894 \cdot (1 - 8 \cdot 0{,}5^3)$;
3) $56{,}00489 \cdot (20{,}25 : 4{,}5^2)$;
4) $98{,}652 : (125 \cdot 0{,}2^3)$.

4.92.* Дано: 1) $t = 2{,}86$; 2) $t = 19{,}005$; 3) $t = 63$; 4) $t = 10$. Запишите число t в виде:
а) частного десятичной дроби и разности двух натуральных чисел;
б) произведения натурального числа и разности двух десятичных дробей.

4.93. Решите задачу, составив выражение:
1) Сколько километров проедет велосипедист за 1,25 ч, если за 0,75 ч он проехал 7,2 км?
2) На сколько шагов больше сделает подросток, чем взрослый, на расстоянии 520 м, если длина шага у них соответственно 0,65 м и 0,8 м?

Скачано с сайта www.aversev.by

3) Найдите площадь прямоугольника, если его длина 1,65 дм и она в 1,5 раза больше ширины.
4) Найдите длину стороны равностороннего треугольника, периметр которого равен периметру квадрата со стороной 5,1 см.

4.94.* Масса трех утят и четырех гусят — 2 кг 500 г, а четырех утят и трех гусят — 2 кг 400 г. Какова масса одного гусенка?

4.5. Обращение обыкновенной дроби в десятичную

Мы знаем, что любое число, записанное десятичной дробью, можно записать в виде обыкновенной дроби. Рассмотрим обратную задачу — число, записанное обыкновенной дробью, записать в виде десятичной дроби (говорят: *обратить обыкновенную дробь в десятичную*).

В виде десятичной дроби записывается обыкновенная дробь, знаменатель которой 10; 100; 1000 и т. д., т. е. единица с нулями. Значит, чтобы обратить обыкновенную дробь в десятичную, нужно привести эту обыкновенную дробь к знаменателю такого вида.

Пример 1. Обратить дробь $\frac{7}{40}$ в десятичную.

Решение. *Способ 1.* В ряду чисел 10; 100; 1000 и т. д. постараемся подобрать такое, которое делится на 40. Число 10 не делится на 40, число 100 тоже не делится на 40, а число 1000 делится: 1000 : 40 = 25. Умножим числитель и знаменатель дроби на 25:

$$\frac{7}{40} = \frac{7 \cdot 25}{40 \cdot 25} = \frac{175}{1000} = 0{,}175.$$

Ответ: 0,175.

Скачано с сайта www.aversev.by

Способ 2. Разложим знаменатель дроби $\frac{7}{40}$ на простые множители: $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$. Число 2 входит в это разложение 3 раза, а число 5 — 1 раз. Уравняем в знаменателе количество двоек и пятерок:

$$\frac{7}{40} = \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{175}{1000} = 0{,}175.$$

Способ 3. Обыкновенную дробь можно рассматривать как частное от деления ее числителя на знаменатель:

$$\frac{7}{40} = 7 : 40 = 0{,}175 \text{ (делим уголком).}$$

Знаменатели вида «единица с нулями», к которым приводят обыкновенные дроби при обращении в десятичные, имеют простые множители 2 и 5 и никаких других. Поэтому:

обратить в десятичную можно только такую обыкновенную дробь, знаменатель которой после сокращения не имеет никаких простых множителей, кроме 2 и 5.

Обратить обыкновенную дробь в десятичную можно одним из трех способов:

I. В ряду чисел 10; 100; 1000 и т. д. подобрать такое, которое делится на знаменатель обыкновенной дроби, и привести ее к этому знаменателю.

II. Знаменатель обыкновенной дроби разложить на простые множители и уравнять в нем количество двоек и пятерок.

III. Разделить числитель дроби на знаменатель по правилу деления десятичных дробей.

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 2. Можно ли обратить в десятичную дробь:

а) $\frac{39}{120}$; б) $\frac{35}{84}$?

Решение. а) Сократим дробь: $\frac{39}{120} = \frac{13}{40}$.

Знаменатель 40 содержит только множители 2 и 5.

б) Сократим дробь: $\frac{35}{84} = \frac{5}{12}$.

Знаменатель $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ содержит простой множитель 3, отличный от 2 и 5.

Ответ: а) можно; б) нельзя.

1. Какую обыкновенную дробь можно обратить в десятичную?
2. Как можно обыкновенную дробь обратить в десятичную?

Упражнения

4.95.° Какие из дробей обратимы в десятичные:

1) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{14}$;

2) $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{7}{16}$;

3) $1\frac{3}{5}$; $10\frac{5}{18}$; $5\frac{2}{55}$;

4) $3\frac{1}{2}$; $6\frac{9}{35}$; $5\frac{7}{64}$?

4.96.° На какое число нужно умножить числитель и знаменатель дроби, чтобы обратить ее в десятичную:

1) $\frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5}$;

2) $\frac{1}{2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}$;

3) $\frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$;

4) $\frac{1}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}$?

4.97.° Обратите обыкновенную дробь в десятичную:

1) $\frac{9}{24}$; $\frac{21}{28}$; $\frac{14}{16}$; $\frac{17}{20}$;

2) $\frac{12}{60}$; $\frac{9}{36}$; $\frac{11}{44}$; $\frac{26}{65}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

4.98.° Обратите смешанную дробь в десятичную:

1) $14\frac{7}{40}$; 2) $61\frac{9}{20}$;

3) $108\frac{17}{50}$; 4) $58\frac{11}{250}$.

4.99. Обратите обыкновенную дробь в десятичную:

1) $\frac{17}{16}$; $\frac{43}{20}$; $\frac{961}{32}$; $\frac{3028}{625}$;

2) $\frac{97}{25}$; $\frac{189}{125}$; $\frac{603}{16}$; $\frac{1285}{64}$.

4.100. Запишите частное в виде обыкновенной дроби и, если возможно, в виде десятичной дроби:

1) $17 : 8$; 2) $12 : 48$; 3) $4 : 25$;

4) $28 : 354$; 5) $99 : 18$; 6) $132 : 55$.

4.101.*Верно ли, что:

1) $18{,}2 - (4{,}04 + 3{,}75) = 18\frac{1}{5} - \left(4\frac{1}{25} + 3\frac{3}{4}\right)$;

2) $5\frac{1}{8} + 2{,}4 \cdot \left(16\frac{4}{5} - 5{,}8\right) = 5{,}25 + 2\frac{1}{4} \cdot \left(16{,}8 - 5\frac{4}{5}\right)$?

4.102. Сравните дроби:

1) $5{,}14$ и $5\frac{1}{5}$; 2) $308\frac{2}{25}$ и $308{,}1$;

3) $865\frac{4}{15}$ и $865{,}25$; 4) $706{,}008$ и $706\frac{8}{1001}$.

4.103. Расположите дроби в порядке а) возрастания; б) убывания:

1) $5{,}3$; $5\frac{1}{5}$; $5{,}25$; $5\frac{3}{4}$; $5{,}15$; $5\frac{2}{125}$;

2) $10{,}72$; $10\frac{3}{4}$; $10{,}909$; $10\frac{2}{5}$; $10\frac{1}{2}$; $10{,}099$.

Скачано с сайта www.aversev.by

4.104. Назовите три десятичные дроби, расположенные между числами:

1) $4{,}23$ и $4\frac{1}{4}$;

2) $\frac{1}{2}$ и $0{,}6$;

3) $12\frac{6}{25}$ и $12\frac{7}{25}$;

4) $102\frac{3}{8}$ и $102\frac{2}{5}$.

4.105. Найдите значение выражения двумя способами: а) обратив все дроби в десятичные; б) обратив все дроби в обыкновенные:

1) $14{,}5 + 5\frac{7}{8} + 12\frac{1}{2} \cdot 2\frac{12}{25}$;

2) $57\frac{3}{4} - 52{,}75 + 5\frac{5}{8} : 2\frac{13}{16}$;

3) $62{,}5 \cdot \frac{4}{125} + 2\frac{3}{4} + 5\frac{5}{8}$;

4) $3\frac{1}{5} : 1{,}25 + 7\frac{5}{16} - 3\frac{3}{8}$.

4.106.* Частное двух чисел в 12 раз меньше делимого и в 3 раза меньше делителя. Найдите делимое и делитель.

4.6. Числовые выражения с десятичными и обыкновенными дробями

При выполнении примеров на действия с десятичными и обыкновенными дробями всегда можно все дроби записать в виде обыкновенных дробей. Некоторые обыкновенные дроби можно выразить конечной десятичной дробью. Например, $\frac{3}{4} = 0{,}75$; $\frac{1}{2} = 0{,}5$.

Пример 1. Найти значение выражения

$$13\frac{1}{3} \cdot 7{,}8 - 19{,}8 : 2\frac{3}{4}.$$

Скачано с сайта www.aversev.by

Решение. Определим порядок действий в выражении (сделайте это) и выполним их поочередно:

1) $13\frac{1}{3}\cdot 7,8=\frac{40\cdot 78}{3\cdot 10}=\frac{4\cdot 26}{1\cdot 1}=104;$

2) $19,8:2\frac{3}{4}=\frac{198\cdot 4}{10\cdot 11}=\frac{18\cdot 4}{10}=\frac{72}{10}=7,2;$

3) $\begin{array}{r} -104,0 \\ 7,2 \\ \hline 96,8 \end{array}$

Ответ: 96,8.

Второе действие в примере 1 можно было выполнить, перейдя к десятичным дробям:

$$19,8:2\frac{3}{4}=19,8:2,75.$$

Пример 2. Вычислить: $(2,4)^2:\left(\frac{3}{5}\right)^3+\left(3,2+8\frac{4}{5}\right)^2.$

Решение. *Способ 1 (по действиям).*

Убедитесь самостоятельно, что ответ: $170\frac{2}{3}$.

Способ 2 (цепочкой).

$$(2,4)^2:\left(\frac{3}{5}\right)^3+\left(3,2+8\frac{4}{5}\right)^2=\left(\frac{24}{10}\right)^2:\frac{27}{125}+(3,2+8,8)^2=$$

$$=\frac{144\cdot 125}{25\cdot 27}+12^2=\frac{16\cdot 5}{1\cdot 3}+144=26\frac{2}{3}+144=170\frac{2}{3}.$$

Ответ: $170\frac{2}{3}$.

Пример 3. Найти значение выражения

$$A=\frac{(6,31+4,69)\cdot 0,6}{(5,53-3,53)\cdot 6\cdot 0,25}.$$

Решение. Выполним вычисления *цепочкой*:

$$A=\frac{11\cdot 0,6}{2\cdot 6\cdot 0,25}=\frac{6,6}{3}=2,2.$$

Ответ: $A=2,2$.

Скачано с сайта www.aversev.by

1. Как можно находить значение выражения с десятичными и обыкновенными дробями?
2. Всегда ли значение выражения находят *по действиям*?

Упражнения

Найдите значение выражения **(4.107—4.110).**

4.107.° 1) $\dfrac{9,83+11,17}{7}$; 2) $\dfrac{5,29+4,71}{5}$;

3) $\dfrac{32,12+15,88}{7,35-3,35}$; 4) $\dfrac{12,84+23,16}{8,04-2,04}$.

4.108.° 1) $\dfrac{5,6\cdot 8,4}{4,9\cdot 3,2}$; 2) $\dfrac{16,5\cdot 5,1}{3,4\cdot 3,3}$;

3) $\dfrac{7,5\cdot 5,2\cdot 9,6}{2,4\cdot 2,5\cdot 2,6}$; 4) $\dfrac{4,8\cdot 7,5\cdot 8,4}{1,4\cdot 1,5\cdot 1,6}$;

5) $\dfrac{4,26\cdot 55,8\cdot 20,25}{1,8\cdot 13,5\cdot 7,1}$; 6) $\dfrac{8,1\cdot 2,25\cdot 37,5}{0,18\cdot 1,25\cdot 0,75}$.

4.109.° 1) $\dfrac{5\frac{1}{7}\cdot 1,4\cdot 2,5}{7,2\cdot 4\frac{2}{7}}$; 2) $\dfrac{6,4\cdot 8\frac{1}{3}\cdot 6,3}{7,5\cdot 5,6}$;

3) $\dfrac{10\frac{5}{6}\cdot 4\frac{5}{11}\cdot 0,121}{0,98\cdot 3,9\cdot 3\frac{2}{3}}$; 4) $\dfrac{7\frac{1}{7}\cdot 15\frac{3}{4}\cdot 28,5}{4,2\cdot 12,5\cdot 10\frac{5}{9}}$.

4.110.° 1) $\dfrac{5,6\cdot(8,6-7,1)}{7,5\cdot 48,4}$; 2) $\dfrac{3,57\cdot(19,7+2,8)}{2,25\cdot(2,9-2,39)}$;

3) $\dfrac{(5,92+5,18)\cdot 6,8}{3,7\cdot(14,01-12,71)}$; 4) $\dfrac{0,81\cdot(14,61-12,36)}{(4,085+0,316)\cdot 0,75}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

Вычислите **(4.111—4.113).**

4.111. 1) $\frac{4}{7} : 0,4 + 0,3 \cdot \frac{5}{6}$;

2) $0,7 \cdot \frac{3}{14} + \frac{5}{12} : 0,5$;

3) $14,4 : 1\frac{1}{8} + 5\frac{3}{7} \cdot 7,35$;

4) $11\frac{1}{9} \cdot 18,9 - 4,2 : 5\frac{5}{6}$.

4.112. 1) $1,8 \cdot \left(2\frac{1}{9} + 1\frac{2}{3}\right)$;

2) $7,5 \cdot \left(2\frac{4}{5} + 4\frac{7}{15}\right)$;

3) $0,64 \cdot \left(5\frac{1}{8} - 1\frac{3}{32}\right)$;

4) $3,6 \cdot \left(5\frac{3}{4} - 1\frac{5}{9}\right)$.

4.113. 1) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot (0,5)^3$;

2) $(0,8)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$;

3) $(1,2)^2 : \left(\frac{3}{5}\right)^3$;

4) $(2,4)^2 : \left(1\frac{1}{5}\right)^3$.

Найдите значение выражения **(4.114—4.115).**

4.114. 1) $\left(7\frac{5}{12} + 3,25\right) + \left(2\frac{5}{6} + 4,75\right)$;

2) $\left(4\frac{1}{15} - 1,089\right) + \left(3\frac{1}{3} + 2,089\right)$;

3) $16 - 1\frac{7}{8} \cdot \left(12,2 - 10\frac{2}{3}\right) : 0,25$;

4) $14 - 1\frac{9}{26} \cdot \left(13,3 - 9\frac{5}{6}\right) : 0,5$.

4.115. 1) $\frac{2,4 \cdot a \cdot b}{c \cdot k \cdot l}$

при $a = 7,5$, $b = 6\frac{2}{5}$, $c = 0,12$, $k = 25$, $l = \frac{1}{2}$;

2) $\frac{4,9 \cdot m \cdot n}{0,3 \cdot k \cdot l}$

при $m = 12,1$, $n = 1\frac{1}{5}$, $k = 7,7$, $l = \frac{1}{10}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

Выполните действия **(4.116—4.117)**.

4.116. 1) $\dfrac{0,8 : 2\frac{2}{3} - 0,12}{0,08 + 1,26 \cdot \frac{4}{7}}$; 2) $\dfrac{0,9 : 3\frac{3}{5} - 0,05}{0,25 + 1,17 \cdot \frac{5}{9}}$;

3) $\left(0,5 + \frac{4}{5} - 0,6\right) \cdot \left(5\frac{8}{25} - 0,12 + 3\right)$;

4) $\left(2,75 - 1\frac{8}{25} + 0,15\right) : \left(2,5 + 0,04 - 1\frac{3}{4}\right)$.

4.117. 1) $\dfrac{3,9 \cdot 0,24 : \frac{5}{16}}{\left(4,06 - 2\frac{1}{2}\right) \cdot 0,8 \cdot 4\frac{4}{5}}$;

2) $\dfrac{0,25 \cdot \left(4,75 - \frac{3}{20}\right) \cdot 3,2}{0,23 : \frac{5}{8} \cdot 0,5}$;

3) $\dfrac{30 \cdot \left(5\frac{4}{45} - 4\frac{1}{15}\right)}{1\frac{1}{3}} - \dfrac{4,25 : 0,85 + 1 : 0,5}{(5,56 - 4,06) : 3}$;

4) $\dfrac{1\frac{1}{4} \cdot (1,09 - 0,29)}{\frac{8}{9} \cdot \left(18,9 - 16\frac{13}{20}\right)} + \dfrac{0,02 \cdot (11,81 + 8,19)}{9 : 11\frac{1}{4}}$.

Решите уравнение **(4.118—4.119)**.

4.118. 1) $12,2 - m = 7\frac{2}{3}$; 2) $y + 3\frac{2}{3} = 4,375$;

3) $3\frac{3}{5} : x = 1,44$; 4) $y : 1,125 = 1\frac{1}{3}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

4.119. 1) $x + 0,75 + \frac{5}{8} = 2,125$;

2) $x + \frac{7}{12} = \frac{1}{3} + 0,5 \cdot 1\frac{2}{3}$;

3) $1\frac{3}{4} - \left(0,7 - 2\frac{1}{2} \cdot x\right) = 1,17$;

4) $\left(2,4 \cdot x + 1\frac{2}{3}\right) - \frac{5}{6} = 5\frac{19}{30}$.

4.120. Найдите значение выражения:

1) $0,625 \cdot p + \frac{2}{5} \cdot p - \frac{6}{40} \cdot p$, если $p = 4\frac{2}{3}$;

2) $2\frac{4}{20} \cdot m + 4,2 \cdot m + 2\frac{3}{4} \cdot m$, если $m = 5,5$.

4.121. 1) Найдите площадь прямоугольника, если его ширина равна $6\frac{2}{3}$ см, а длина — в 1,5 раза больше.

2) Площадь прямоугольника равна 16,8 см^2. Найдите его длину, если ширина равна $3\frac{3}{5}$ см.

3) Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны $3\frac{5}{7}$ см, 3,5 см, 0,62 дм.

4.122. Периметр прямоугольного участка равен 6,8 км, причем длина на 1,5 км больше ширины. Рожью засеяно $\frac{4}{7}$ площади этого участка. Найдите остальную площадь.

4.123. В школе учатся 393 учащихся, среди них мальчиков на 57 меньше, чем девочек. Сколько учащихся увлечены музыкой, если ею занимаются $\frac{11}{15}$ всех девочек и 0,625 всех мальчиков?

Скачано с сайта www.aversev.by

4.124. Бак автомобиля наполнен бензином до 0,8 своего объема. На пробег 125 км было израсходовано $\frac{4}{9}$ имеющегося бензина. Каков расход бензина на 50 км, если полный бак вмещает 54 л бензина?

4.125.* У Маши было несколько конфет. Сначала она отдала брату Андрею третью часть конфет без двух, а потом половину оставшихся конфет, после чего осталось 9 конфет. Сколько у нее было конфет?

4.7. Задачи на все действия с дробями

Пример 1. На отделку платья пошло 0,3 м шелка, что составляет 0,12 всей ткани, необходимой на его пошив. Сколько метров ткани пошло на пошив платья?

Решение. Поскольку 0,3 м составляет 0,12 всей ткани, то всей ткани было $0{,}3 : 0{,}12 = 2{,}5$ (м).

Ответ: 2,5 м.

Пример 2. В свежеиспеченном кексе 225 г сахара, что составляет 0,15 его массы. Как изменилась масса кекса после того, как его нарезали на кусочки и подсушили, если сахар стал составлять 0,25 его массы?

Решение. Зная, что 225 г сахара составляют 0,15 кекса, найдем его массу:

$$225 : 0{,}15 = 22\,500 : 15 = 1500 \text{ (г)}.$$

Найдем массу подсушенного кекса, зная, что 225 г сахара стали составлять 0,25 его массы:

$$225 : 0{,}25 = 22\,500 : 25 = 900 \text{ (г)}.$$

При сушке масса кекса уменьшилась на

$$1500 - 900 = 600 \text{ (г)}.$$

Ответ: уменьшилась на 600 г.

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 3. Найти два числа, если одно больше другого на 13,701 и их сумма больше их утроенной разности на 24,5.

Решение. *Способ 1.* Одно число больше другого на 13,701, значит, 13,701 — их разность, а утроенная разность равна $13{,}701 \cdot 3 = 41{,}103$.

Так как сумма чисел на 24,5 больше, чем их утроенная разность, то эта сумма равна

$$41{,}103 + 24{,}5 = 65{,}603.$$

Если от суммы двух чисел отнять их разность, то получим удвоенное меньшее число:

$$65{,}603 - 13{,}701 = 51{,}902.$$

Соответственно, меньшее число равно

$$51{,}902 : 2 = 25{,}951.$$

Большее число равно $25{,}951 + 13{,}701 = 39{,}652$.

Ответ: 25,951 и 39,652.

Способ 2 (с использованием уравнения). Пусть x — меньшее число, тогда $x + 13{,}701$ — большее число. А так как сумма чисел на 24,5 больше их утроенной разности, то получим уравнение

$$x + (x + 13{,}701) = 13{,}701 \cdot 3 + 24{,}5.$$

Корень этого уравнения (убедитесь в этом) $x = 25{,}951$. Тогда большее число $x + 13{,}701 = 39{,}652$.

1. Как найти число a, зная, что 0,45 этого числа равны 1,8?
2. Составьте задачу на нахождение числа по его части.

Упражнения

4.126. Найдите общую площадь трех комнат в квартире, если площадь большей из комнат — 25,29 м^2, а площадь двух других соответственно в 1,8 раза и в 1,5 раза меньше.

Скачано с сайта www.aversev.by

4.127. Бензин поступает в цистерну емкостью 56 т по двум трубам. Первая труба подает 4,8 т бензина за один час, вторая — в 1,5 раза меньше. За какое время будет наполнена цистерна?

4.128. Компьютерный набор книги поручили трем братьям. На набор одной страницы текста старшему брату требуется 0,25 ч, среднему — на 0,05 ч меньше, а младшему — на 0,05 ч больше, чем старшему брату. Сколько страниц текста наберут 3 брата за 6 ч работы (без учета перерывов)?

4.129. Легковой и грузовой автомобили выехали одновременно из пункта A в противоположных направлениях. Через 2,5 ч расстояние между ними оказалось равным 372,6 км. Найдите скорость движения каждого автомобиля, если скорость грузового автомобиля в 1,4 раза меньше скорости легкового автомобиля.

4.130. Прогулочный катер поплыл от пристани к озеру по течению реки. Путь до озера занял 1,3 ч, прогулка по озеру — 2,25 ч, затем катер вернулся к пристани. Какое время ушло на обратный путь вверх по реке, если путь по озеру составил 18 км, а скорость течения реки — 1,5 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$?

4.131.° Найдите два числа, сумма которых равна 109,5, а разность — 84,75.

4.132.° Найдите два числа, сумма которых равна 26,457, а одно из них на 4,06 больше другого.

4.133. Теплоход находился в пути 4,24 ч, проплыв от пристани вниз по реке и вернувшись обратно. Какое время ушло на обратный путь, если на движение по течению реки потребовалось на 0,48 ч меньше, чем на движение против течения?

Скачано с сайта www.aversev.by

4.134.° За грибной сезон Игорь и Леша сдали на заготовительный пункт 116,8 кг грибов. Сколько грибов сдал Леша, если Игорь сдал на 8,7 кг больше?

4.135.° Периметр равнобедренного треугольника равен 18,2 см. Чему равно основание треугольника, если оно на 0,4 см меньше боковой стороны?

4.136.° Найдите измерения прямоугольника, периметр которого равен 26 см, а длина прямоугольника на 1,8 см больше его ширины.

4.137. Периметр треугольника равен 20,4 см. Найдите длины сторон треугольника, если известно, что одна из них на 0,4 см больше другой стороны и на 0,4 см меньше третьей.

4.138. Учащиеся пятых, шестых и седьмых классов собрали для лесничества 343,3 кг еловых шишек. Пятиклассники собрали на 7,6 кг больше, чем семиклассники, но на 12,5 кг меньше, чем шестиклассники. Найдите массу еловых шишек, собранных учащимися шестых классов.

4.139.° Сумма двух чисел равна 55,8. Найдите эти числа, если одно из них в 4 раза больше другого.

4.140.° Сумма двух чисел, в которой одно из двух слагаемых в 1,56 раза больше другого, равна 10,88. Найдите эти числа.

4.141. На отрезке длиной 12,8 см отметьте точку, чтобы получилось два отрезка, а длина одного из них была бы в 2,2 раза больше длины другого.

4.142. Ломаная состоит из двух звеньев. Одно звено ломаной в 1,2 раза больше другого. Найдите длины звеньев ломаной, если ее длина равна 1,32 дм.

Скачано с сайта www.aversev.by

4.143. Найдите длину ломаной, если она состоит из двух звеньев, причем одно звено на 2,5 см короче другого и составляет 0,8 его длины.

4.144. В новогодний подарок положили поровну шоколадных конфет и ириса, а карамели — в 1,2 раза больше, чем шоколадных конфет. Сколько карамели положили в каждый подарок, если общая масса всех конфет в подарке равна 0,8 кг?

4.145. Для ремонта класса купили 14,4 кг краски. Белой эмали было куплено в 4,5 раза меньше, чем краски для пола, и в 3,5 раза меньше, чем краски для стен. Сколько купили краски каждого вида?

4.146.° Разность двух чисел равна 64,08, уменьшаемое в 4 раза больше вычитаемого. Найдите эти числа.

4.147.° Разность двух чисел равна 52,2, одно в 12,6 раза больше другого. Найдите уменьшаемое.

4.148. Найдите сумму двух десятичных дробей, если одна в 2,1 раза больше другой, а их разность равна 48,95.

4.149.° Найдите градусные меры смежных углов, если один в 3,5 раза меньше другого.

4.150. В школьный буфет привезли печенье и пряники. Печенья привезли на 9,8 кг больше, чем пряников. Сколько привезли пряников и сколько печенья, если пряников — в 2,4 раза меньше, чем печенья?

4.151. На пошив мужского костюма требуется на 0,55 м больше ткани, чем на пошив женского. Сколько ткани требуется, чтобы пошить 2 мужских и 3 женских костюма, если расход ткани на мужской костюм в 1,2 раза больше, чем на женский?

Скачано с сайта www.aversev.by

4.152. Найдите периметр равнобедренного треугольника, если боковая сторона в 1,35 раза больше основания, а основание меньше ее на 0,77 дм.

4.153. Сравните два числа, если известно, что:
1) 0,28 одного — 6,16, а 0,45 другого — 9,495;
2) 0,65 одного — 29,77, а 0,64 другого — 29,184;
3) 1,8 одного — 9,09, а 0,6 другого — 3,15;
4) 2,01 одного — 3,0954, а 3,42 другого — 5,301.

4.154.° Найдите величину, 0,4 которой равны:
1) 2,5 ц; 2) 8,5 т; 3) 9,02 см;
4) 15,07 км; 5) 3,7 а; 6) 7,26 га.

4.155. Сравните значения величин, если:
1) 0,2 одной — 5,84 м, а 0,6 другой — 17,46 м;
2) 0,75 одной — 16,65 ц, а 0,46 другой — 10,35 ц;
3) 1,25 одной — 8,36 кг, а 1,45 другой — 9,715 кг;
4) 3,5 одной — 21,77 ч, а 2,1 другой — 13,02 ч.

4.156.° Найдите сумму двух чисел, если одно из них равно 4,5 и составляет 0,72 другого.

4.157.° Найдите разность чисел, если вычитаемое равно 2,1 и составляет 0,56 уменьшаемого.

4.158.° Найдите длину отрезка, 0,65 которого равны 5,46 дм.

4.159.° Найдите градусную меру угла, 0,82 величины которого равны 123°.

4.160. На школьной географической площадке приборы для метеонаблюдений занимают 9,24 м^2. Найдите площадь школьной географической площадки, если приборами занято 0,14 ее площади.

4.161. Ко дню рождения дочери мама испекла ореховый торт, в котором 0,27 кг орехов составили 0,15 его массы. Найдите массу торта.

Скачано с сайта www.aversev.by

4.162. Все задания самостоятельной работы Саша выполнила за 12 мин, что составило 0,6 времени, отведенного учителем на ее выполнение. Сколько минут осталось Саше на проверку работы?

4.163.° Найдите смежные углы, если один из них равен 0,2 другого.

4.164.* Автобус прошел маршрут за 6,25 ч, двигаясь 0,4 этого времени со скоростью 51,4 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Найдите среднюю скорость автобуса по всему маршруту (округлив ее до целых), если потом он двигался со скоростью 58,6 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

4.165.* Имеется 12 одинаковых по виду монет, среди которых одна фальшивая (она легче настоящей). Как с помощью трех взвешиваний на чашечных весах без гирь найти фальшивую монету?

Скачано с сайта www.aversev.by

Глава 5

ПРОПОРЦИИ

5.1. Отношение чисел и величин

Решая различные задачи, приходится сравнивать значения величин.

Пример 1. Во сколько раз отрезок AB больше отрезка AC, если $AB = 15$ см и $AC = 6$ см (рис. 33)?

Рис. 33

Решение. Во сколько раз одно число больше другого, находят делением большего числа на меньшее, следовательно: $15 : 6 = 2{,}5$ (говорят: 15 *больше* 6 *в* 2,5 *раза*).

Ответ: в 2,5 раза.

Пример 2. Какую часть отрезок AC составляет от отрезка AB, если $AB = 15$ см и $AC = 6$ см (см. рис. 33)?

Решение. Какую часть меньшее число составляет от большего, находят делением меньшего числа на большее, следовательно: $6 : 15 = 0{,}4$ (говорят: 6 *составляет* 0,4 *от* 15).

Ответ: 0,4.

Обе рассмотренные задачи решаются делением, и ответ находят при вычислении частного.

Частное двух чисел (двух величин) называется их *отношением*. Сами эти числа (величины) называются *членами отношения*.

Скачано с сайта www.aversev.by

Отношение чисел записывают с помощью знака деления, а также с помощью черты обыкновенной дроби. Например, $6:14$, а также $\frac{6}{14}$. Читается: *отношение шести к четырнадцати*, или *отношение чисел шесть и четырнадцать*, или *отношение числа шесть к числу четырнадцать*.

Черта дроби используется для записи отношения и тогда, когда его члены не являются натуральными числами. Например, отношение $3{,}5:1{,}2$ записывается и так:

$$\frac{3{,}5}{1{,}2}.$$

Из основного свойства частного следует:

отношение не изменится, если его члены умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю.

Используя это свойство отношения, бывает возможным одно отношение заменять другим, запись которого проще. Например, $210:350 = 3:5$.

(Поясните, как можно получить этот результат.)

Преобразование отношения можно оформить как преобразование дроби. Например,

$$4\frac{2}{3}:5\frac{5}{7} = \frac{14}{3}:\frac{40}{7} = \frac{14\cdot 7}{3\cdot 40} = \frac{49}{60} = 49:60.$$

Рассматривая ***отношение двух величин одного наименования*** (длин, площадей, скоростей и т. д.), следует переходить к одной единице измерения.

Пример 3. Длина участка газопровода 117 км, а длина его изображения на карте 23,4 см. Какую часть длины участка газопровода составляет длина его изображения на карте?

Скачано с сайта www.aversev.by

Решение. Выразим длину участка газопровода в сантиметрах: 117 км = 11 700 000 см.

Отношение длины изображенного на карте участка к его реальной длине находим делением:

$$23{,}4 : 11\ 700\ 000 = 0{,}000002.$$

Ответ: 0,000002.

Отношение величин одного наименования является числом.

По известному отношению двух величин одного наименования и их сумме можно найти каждую из этих величин.

Пример 4. Отношение масс двух пакетов с печеньем равно 7 : 13. Сколько печенья в каждом пакете, если всего куплено 2,7 кг печенья?

Решение. *Способ 1.* Отношение 7 : 13 означает, что в одном пакете 7, а в другом — 13 равных частей, т. е. все купленное печенье составляет 20 частей. Разделив 2,7 кг на 20, находим массу одной части:

$$2{,}7 : 20 = 0{,}135 \text{ (кг)}.$$

Значит, в одном пакете $0{,}135 \cdot 7 = 0{,}945$ (кг), а в другом — $0{,}135 \cdot 13 = 1{,}755$ (кг).

Ответ: 0,945 кг и 1,755 кг.

Способ 2. Пусть x кг — масса одной части, тогда в одном пакете $7x$ кг, а в другом — $13x$ кг печенья. Поскольку в двух пакетах всего 2,7 кг, то составим уравнение:

$$7x + 13x = 2{,}7.$$

Откуда находим $x = 0{,}135$, а затем значения $7x$ и $13x$.

Кроме отношения чисел и отношения величин одного наименования с одними и теми же единицами измере-

Скачано с сайта www.aversev.by

ния встречается и ***отношение величин разных наименований.***

Например, скорость v — это отношение длины пройденного пути s к времени t, за которое этот путь пройден:

$$v = \frac{s}{t};$$

цена картофеля — это отношение стоимости картофеля к его массе; урожайность картофеля — это отношение массы собранного картофеля к площади поля, на котором его собрали, и т. п. Вообще,

отношение величин разных наименований является величиной.

1. Что называют отношением двух: а) чисел; б) величин?
2. Как записывают отношение двух: а) чисел; б) величин?
3. Как найти: а) во сколько раз одно число больше другого; б) какую часть одно число составляет от другого?
4. Чем является отношение величин: а) одного наименования; б) разных наименований?

5.* Что показывает отношение двух чисел, если оно: а) больше 1; б) равно 1; в) меньше 1?

Упражнения

5.1.° Прочитайте отношение:

1) $\frac{2}{5}$; 2) $\frac{9}{11}$;

3) $24:17$; 4) $65:91$.

5.2.° Запишите отношение чисел:

1) 145 и 18; 2) 18 и 142;

3) 97 и 11; 4) 1 и 97.

5.3. Найдите отношение, которое показывает, какую часть число $2\frac{2}{5}$ составляет от числа:

1) 12; 2) 8; 3) $3\frac{2}{5}$; 4) $4\frac{3}{7}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

5.4. Найдите отношение, которое показывает, во сколько раз число $6\frac{2}{3}$ больше числа:

1) 5; 2) 3; 3) $\frac{2}{3}$;

4) $3\frac{1}{3}$; 5) 0,5; 6) 0,18.

5.5. Запишите три отношения, равные отношению чисел:

1) 5 и 10; 2) 8 и 32;

3) 1,2 и 1,6; 4) 0,18 и 2,7.

5.6. Запишите три отношения, равные отношению:

1) 2 : 3; 2) 4 : 9; 3) 0,45 : 7,5;

4) 2,4 : 60; 5) $\frac{32}{80}$; 6) $\frac{55}{88}$.

5.7. Запишите три отношения, равные:

1) 1; 2) 5; 3) 2,5; 4) 0,48.

5.8. Замените отношение обыкновенных дробей равным ему отношением натуральных чисел:

1) $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$; 2) $\frac{4}{5} : \frac{1}{10}$; 3) $\frac{1}{15} : \frac{12}{7}$; 4) $\frac{6}{11} : \frac{3}{5}$.

5.9. В математическом конкурсе приняли участие 18 пятиклассников и 24 шестиклассника. Составьте отношение числа:

1) шестиклассников к числу пятиклассников;

2) пятиклассников к числу шестиклассников;

3) пятиклассников к числу всех участников;

4) шестиклассников к числу всех участников.

Найдите отношение **(5.10—5.11)**.

5.10. 1) 250 кг к 2,5 т; 2) 3,6 км к 12 м;

3) 2 м^2 к 12,5 см^2; 4) 28 дм^2 к 0,42 м^2.

5.11. 1) 1 ч 30 мин к двум суткам;

2) 36 ч к одной календарной неделе;

Скачано с сайта www.aversev.by

3) числа дней в марте и апреле к числу дней високосного года;
4) числа дней 2015 года к числу дней в сентябре и октябре этого года.

5.12. На тестировании по математике абитуриент получил 30 заданий. Найдите число заданий в тесте с геометрическим содержанием, если их отношение к числу заданий с алгебраическим содержанием равно:
1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{7}{8}$; 3) $3:7$; 4) $1:4$.

5.13. В классе 28 учащихся. Сколько в классе мальчиков и сколько девочек, если отношение числа девочек к числу мальчиков составляет:
1) $3:4$; 2) $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{11}{3}$; 4) $9:5$?

5.14. Точки A, B, C и P делят отрезок MK (рис. 34) на пять равных частей. Составьте отношение длин отрезков:
1) MA к MK; 2) AP к MK;
3) CK к MC; 4) AK к BP.

Рис. 34

5.15. Длина a прямоугольника в 4 раза больше его ширины b. Составьте и найдите для этого прямоугольника отношение:
1) b к a; 2) a к b;
3) a к периметру P; 4) b к периметру P;
5) $\frac{1}{2}P$ к b; 6) $\frac{1}{2}P$ к a.

5.16. Отношение градусных мер смежных углов $2:7$. Найдите градусную меру большего угла.

5.17. Изобразите смежные углы, если отношение их градусных мер $5:13$.

Скачано с сайта www.aversev.by

5.18.* Найдите измерения a и b прямоугольника с периметром P, зная отношение $a : b$, если:
1) $P = 15{,}6$ см, $a : b = 6 : 7$;
2) $P = 36$ дм, $a : b = 4 : 5$.

5.19.* Найдите измерения a и b прямоугольника площадью S, зная отношение его измерений, если:
1) $S = 240$ см^2, $a : b = 5 : 3$;
2) $S = 468$ дм^2, $a : b = 13 : 9$.

5.20.* Сын младше мамы на n лет; $\frac{s}{m}$ — отношение возрастов сына и мамы. Сколько лет сыну, если:
1) $n = 24$, $\frac{s}{m} = \frac{3}{11}$; 2) $n = 26$, $\frac{s}{m} = \frac{3}{16}$?

5.21. Изобразите треугольник, в котором прямой угол образован сторонами a см и b см, если:
1) $a : b = 3 : 4$; 2) $a : b = 2 : 5$;
3) $\frac{a}{b} = \frac{7}{6}$; 4) $\frac{a}{b} = \frac{6}{11}$.

5.22. Найдите площадь прямоугольника с измерениями a и b, если $\frac{a}{b} = \frac{7}{10}$ и их разность равна 3,3 см.

5.23. На отрезке AB отмечена точка X так, что отношение длины отрезка AX к длине отрезка BX равно $\frac{6}{5}$. Выполните рисунок, если длина отрезка AX на 0,8 см больше длины отрезка BX.

5.24. Лена купила в магазине 2 пакета молока по цене a р. за пакет, 1 пакет сметаны за b р., 4 сдобные булочки по цене c р. за булочку и буханку ржаного хлеба за d р. Что показывает отношение:
1) $(2 \cdot a) : b$; 2) $(4 \cdot c) : d$;
3) $(2 \cdot a + b) : (4 \cdot c + d)$; 4) $(4 \cdot c + d) : (2 \cdot a + b)$;

Скачано с сайта www.aversev.by

5) $(2 \cdot a + b) : (2 \cdot a + b + 4 \cdot c + d)$;
6) $(4 \cdot c + d) : (2 \cdot a + b + 4 \cdot c + d)$?

5.25.* Имеется несколько бревен. Когда каждое распилили на несколько частей, то оказалось, что частей на 25 больше, чем было сделано распилов. Сколько бревен было первоначально?

5.26.* Аня и Маша стреляли в тире. Аня попала в мишень 3 раза из 5 выстрелов, а Маша — 5 раз из 8 выстрелов. Кто из девочек стрелял лучше?

5.2. Пропорция

В пункте 5.1 при решении задач нам встречались равенства двух отношений. Например, $210 : 350 = 3 : 5$.

Равенство двух отношений называют *пропорцией*.

Пропорцию записывают:

$$a : b = c : d, \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Прочитать такую пропорцию можно по-разному: *отношение a к b равно отношению c к d; a относится к b, как c относится к d; a, деленное на b, равно c, деленному на d.*

Числа a и d называются ***крайними членами пропорции***, а числа b и c — ***средними членами пропорции*** (рис. 35). Эти названия сохраняются и тогда, когда пропорция записана в виде $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Рис. 35

Например, в пропорции $408 : 680 = 3 : 5$ числа 408 и 5 — крайние члены, а числа 680 и 3 — средние члены. А в пропорции $\frac{1,3}{5,2} = \frac{3}{12}$ числа 1,3 и 12 — крайние члены, а числа 5,2 и 3 — средние члены.

Скачано с сайта www.aversev.by

Рис. 36

Заметим, что если в пропорции $a : b = c : d$ левую и правую части поменять местами, то (в сравнении с исходной пропорцией — см. рис. 35) крайние члены станут средними, а средние — крайними (рис. 36).

В пропорции $\frac{1,3}{5,2} = \frac{3}{12}$, перемножив крайние члены и перемножив средние члены, получим:

$$1,3 \cdot 12 = 15,6 \quad \text{и} \quad 5,2 \cdot 3 = 15,6.$$

Видим, что эти произведения равны. И вообще,

произведение крайних членов пропорции равно произведению ее средних членов, т. е. если $a : b = c : d$, то $a \cdot d = b \cdot c$.

Это утверждение называется ***основным свойством пропорции***. Верно и обратное утверждение:

если $a \cdot d = b \cdot c$, то $a : b = c : d$.

Оно называется ***признаком пропорции***.

Пример 1. Найти неизвестный средний член пропорции:

$$\text{а) } 23 : 18 = x : 4,5; \quad \text{б) } \frac{7,1}{x} = \frac{2}{0,3}.$$

Решение. а) По основному свойству пропорции произведение средних членов пропорции равно произведению ее крайних членов: $18 \cdot x = 23 \cdot 4,5$.

Отсюда $x = (23 \cdot 4,5) : 18$; т. е. $x = 5,75$.

б) По основному свойству пропорции имеем:

$2x = 7,1 \cdot 0,3$, откуда $x = 2,13 : 2$, т. е. $x = 1,065$.

Ответ: а) 5,75; б) 1,065.

Скачано с сайта www.aversev.by

Таким образом,

чтобы найти неизвестный средний член пропорции, нужно произведение ее крайних членов разделить на известный средний член.

Подобным же образом формулируется правило для нахождения неизвестного крайнего члена пропорции (сделайте это самостоятельно).

Пример 2. Можно ли составить пропорцию из отношений $\frac{42,5}{22,1}$ и $\frac{5}{2,6}$?

Решение. Вычислим произведения $42,5 \cdot 2,6$ и $22,1 \cdot 5$ и сравним их: $42,5 \cdot 2,6 = 110,5$; $22,1 \cdot 5 = 110,5$.

Получили $42,5 \cdot 2,6 = 22,1 \cdot 5$. Значит, по признаку пропорции имеем $\frac{42,5}{22,1} = \frac{5}{2,6}$.

Ответ: да.

1. Что называют пропорцией?
2. Как можно прочитать пропорцию $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$? $a : b = c : d$?
3. Как называются в пропорции из вопроса 2 числа:
   а) a и d; б) b и c?
4. Сформулируйте:
   а) основное свойство пропорции; б) признак пропорции.
5. Как найти неизвестный средний член пропорции?
6. Как найти неизвестный крайний член пропорции?

Упражнения

5.27.° Прочитайте пропорцию и назовите ее крайние и средние члены:

1) $5,1 : 3 = 34 : 20$;
2) $4,4 : 0,66 = 10 : 1,5$;
3) $\frac{4}{25} = \frac{16}{100}$;
4) $\frac{6}{31} = \frac{18}{93}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

5.28.° Запишите пропорцию двумя способами:
1) отношение 4 к 8 равно отношению 5 к 10;
2) 2 относится к 5,5 так, как 3 относится к 8,25;
3) 17 относится к 10 так, как 85 относится к 50;
4) отношение чисел 56 и 35 равно отношению чисел 1,6 и 1.

5.29. Составьте пропорцию, если m и n — ее крайние члены, а x и y — средние:
1) $m = 8,\ n = 5,\ x = 2,\ y = 20$;
2) $x = 8,\ y = 5,\ m = 2,\ n = 20$;
3) $m = 1{,}4,\ n = 5,\ x = 2,\ y = 3{,}5$;
4) $x = 1{,}4,\ y = 5,\ m = 2,\ n = 3{,}5$.

Определите, является ли пропорцией равенство **(5.30—5.31).**

5.30.° 1) $7{,}2 : 5{,}5 = 14{,}4 : 1{,}1$;
2) $0{,}25 : 4{,}1 = 1 : 16{,}4$;
3) $3{,}2 : 0{,}01 = 0{,}32 : 0{,}1$;
4) $2{,}55 : 0{,}12 = 0{,}12 : 2{,}55$.

5.31.° 1) $\frac{1}{2} = \frac{21}{42}$; 2) $\frac{0{,}35}{7{,}7} = \frac{7}{15{,}4}$;
3) $\frac{62{,}5}{0{,}5} = \frac{32}{0{,}256}$; 4) $\frac{0{,}64}{1{,}6} = \frac{2}{5}$.

5.32. Составьте пропорции из равных отношений:
1) $25 : 5$; $200 : 25$; $125 : 25$; $20 : 5$; $500 : 125$; $40 : 5$;
2) $\frac{45}{15}$; $\frac{15}{45}$; $\frac{75}{25}$; $\frac{25}{45}$; $\frac{25}{75}$; $\frac{125}{225}$.

5.33. Составьте (всеми способами) пропорцию, используя равенство:
1) $5 \cdot 15 = 3 \cdot 25$; 2) $35 \cdot 12 = 14 \cdot 30$;
3) $5{,}4 \cdot 5{,}5 = 0{,}99 \cdot 30$; 4) $0{,}45 \cdot 2{,}8 = 6{,}3 \cdot 0{,}2$.

Скачано с сайта www.aversev.by

5.34. Составьте (если возможно) пропорцию из чисел:
1) 16; 8; 4; 2;
2) 26; 39; 78; 52;
3) 3,6; 0,12; 0,6; 18;
4) 0,84; 2,1; 4,2; 10,5.

5.35. К трем данным числам подберите четвертое, чтобы можно было составить пропорцию:
1) 2; 6; 12;
2) 1; 44; 8;
3) 25; 15; 6;
4) 16; 22; 88.

5.36. Составьте из пропорции еще три другие:
1) $21 : 35 = 9 : 15$;
2) $18 : 90 = 2 : 10$;
3) $\frac{65}{13} = \frac{45}{9}$;
4) $\frac{56}{42} = \frac{44}{33}$.

Найдите неизвестный член пропорции **(5.37—5.39)**.

5.37. 1) $x : 6 = 24 : 3$;
2) $26 : 2 = 13 : y$;
3) $111 : 6 = 37 : x$;
4) $4{,}8 : 0{,}01 = 0{,}12 : z$.

5.38. 1) $\frac{x}{3} = \frac{11}{33}$;
2) $\frac{m}{14} = \frac{5{,}5}{11}$;
3) $\frac{19}{4} = \frac{5{,}7}{y}$;
4) $\frac{61{,}6}{0{,}14} = \frac{0{,}77}{x}$.

5.39. 1) $8{,}5 : m = 34 : 0{,}17$;
2) $5{,}2 : 28{,}6 = y : 0{,}11$;
3) $\frac{21{,}6}{y} = \frac{1{,}5}{0{,}25}$;
4) $\frac{20{,}4}{0{,}012} = \frac{z}{0{,}8}$.

5.40.* Если приписать к двузначному числу цифру 7 слева и к этому же двузначному числу приписать цифру 7 справа, то разность этих трехзначных чисел будет равна 351. Найдите двузначное число.

5.3. Прямо пропорциональные величины

Пример 1. Сколько нужно сахара, чтобы сварить варенье из 10 кг клубники, если по рецепту на 4 кг ягод нужно 5 кг сахара?

Скачано с сайта www.aversev.by

Решение. Запишем кратко условие задачи в виде таблицы, обозначив искомую массу сахара буквой x:

Масса ягод ↑↑	Масса сахара
4 кг	5 кг
10 кг	x кг

Во сколько раз больше имеется клубники, во столько раз больше понадобится сахара (такая зависимость между массой ягод и массой сахара условно обозначается в таблице одинаково направленными стрелками). Значит, $\frac{10}{4} = \frac{x}{5}$, т. е. $10 : 4 = x : 5$. Находим неизвестный средний член пропорции: $x = \frac{10 \cdot 5}{4}$, т. е. $x = 12{,}5$.

Ответ: 12,5 кг.

Пример 2. Автомобиль, двигаясь с постоянной скоростью, прошел 3,6 км за 3 мин. Какой путь пройдет автомобиль за 11 мин?

Решение. Запишем кратко условие задачи в виде таблицы, обозначив путь, который пройдет автомобиль, буквой x.

↑↑	Путь	3,6 км	x км
	Время	3 мин	11 мин

Пройденный путь увеличится во столько раз, во сколько раз увеличится время. Значит, $\frac{x}{3{,}6} = \frac{11}{3}$, т. е. $x : 3{,}6 = 11 : 3$. Находим неизвестный крайний член пропорции: $x = \frac{11 \cdot 3{,}6}{3}$, т. е. $x = 13{,}2$.

Ответ: 13,2 км.

Скачано с сайта www.aversev.by

Такие величины, как масса ягод для варенья и масса сахара, время и пройденный за это время при постоянной скорости путь и т. п., называют прямо пропорциональными.

Две величины называются *прямо пропорциональными*, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

1. Какие величины называются прямо пропорциональными?
2. Приведите примеры прямо пропорциональных величин.

Упражнения

5.41.° Велотуристы за 3 ч проехали с постоянной скоростью 37,8 км. Какой путь проедут туристы за 2 ч 15 мин, двигаясь с той же скоростью?

5.42.° Семь автоматов по производству мороженого выпускают за смену 87 024 стаканчика пломбира. Сколько стаканчиков пломбира выпустят за смену 8 таких же автоматов? Решите задачу двумя способами.

5.43. Чтобы замостить 9 м^2 тротуара, нужно 500 плиток. Сколько нужно тротуарной плитки, чтобы замостить 150 м дорожки шириной 1,5 м?

5.44. На изготовление 650 тетрадей уходит 55,9 кг бумаги. Сколько бумаги уйдет на 2400 тетрадей?

5.45.° Верно ли, что если увеличить в 5 раз:

1) скорость, то путь, пройденный за то же время, увеличится в 5 раз;
2) сторону квадрата, то его периметр увеличится в 5 раз;
3) сторону квадрата, то его площадь увеличится в 5 раз;
4) ребро куба, то его объем увеличится в 5 раз?

Скачано с сайта www.aversev.by

5.46.° Как изменится стоимость 5 брикетов мороженого, если для одного брикета:
1) цена уменьшится в 1,05 раза;
2) масса увеличится в 3 раза?

5.47. Из килограмма муки выпекают 1,5 кг хлеба. Сколько нужно муки, чтобы испечь 105 ц хлеба?

5.48. Стоимость 9 кг груш такая же, как и стоимость 10 кг яблок. Сколько килограммов груш можно купить вместо 13 кг яблок?

5.49. За одно и то же время Вася проходит 5 км, а Маша — 4 км. Сколько километров пройдет:
1) Вася, пока Маша проходит 5 км;
2) Маша, пока Вася проходит 4 км?

5.50. В таблице даны соответствующие значения прямо пропорциональных величин m и n. Найдите x — неизвестное значение одной из них.

1)

m ↑↑	n
4,9	x
0,021	7,5

2)

m ↑↑	n
x	6,9
2,5	0,46

3)

↑↑	m	$2\frac{3}{4}$	x
	n	$3\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$

4)

↑↑	m	$5\frac{2}{5}$	$6\frac{3}{4}$
	n	$4\frac{2}{3}$	x

5.51. Сторона квадрата $ABCD$ равна 6,25 дм. Найдите сторону квадрата $MNRS$, если его периметр составляет 0,8 периметра квадрата $ABCD$.

5.52.* У Вани на дне рождения было пятеро друзей. Первому он отрезал $\frac{1}{6}$ часть пирога, второму —

Скачано с сайта www.aversev.by

$\frac{1}{5}$ остатка, третьему — $\frac{1}{4}$ того, что осталось, четвертому — $\frac{1}{3}$ нового остатка. Последний кусок Ваня разделил пополам с пятым другом. Кому достался самый большой кусок?

5.4. Обратно пропорциональные величины

Пример 1. Пять одинаковых станков с программным управлением выполнили заказ за 168 ч. За какое время его могут выполнить 14 таких станков?

Решение. Запишем кратко условие задачи в виде таблицы, обозначив искомое время буквой x:

Число станков ↑↓	Время
5	168 ч
14	x ч

Во сколько раз увеличится число станков, во столько раз меньше уйдет времени на выполнение заказа. (Такая зависимость условно обозначена в таблице противоположно направленными стрелками.) Значит,

$$\frac{14}{5} = \frac{168}{x}, \text{ т. е. } 14 : 5 = 168 : x.$$

Находим неизвестный крайний член пропорции:

$$x = \frac{168 \cdot 5}{14}, \text{ т. е. } x = 60.$$

Ответ: 60 ч.

Пример 2. Из пункта A в пункт B автомобиль со скоростью 60 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$ приехал за 3,5 ч. На сколько он увеличил скорость на обратном пути, если из A в B приехал за 3 ч?

Скачано с сайта www.aversev.by

Решение. Пусть скорость автомобиля на обратном пути x $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Составим таблицу:

↑↓	Скорость	60 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$	x $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$
	Время	3,5 ч	3 ч

Скорость увеличится во столько раз, во сколько раз уменьшится время. Значит, $\frac{x}{60} = \frac{3,5}{3}$, т. е. $x : 60 = 3,5 : 3$.

Находим неизвестный крайний член пропорции:

$$x = \frac{3,5 \cdot 60}{3}, \text{ т. е. } x = 70.$$

Итак, скорость увеличилась на $70 - 60 = 10\left(\frac{\text{км}}{\text{ч}}\right)$.

Ответ: на 10 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

Такие величины, как число станков и время, за которое они выполняют заказ, скорость автомобиля и время, за которое он проходит определенный путь, и т. п., называют обратно пропорциональными.

Две величины называются *обратно пропорциональными*, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая уменьшается (увеличивается) во столько же раз.

1. Какие величины называются обратно пропорциональными?
2. Приведите примеры обратно пропорциональных величин.

Упражнения

5.53.° Если набирать на странице по 32 строки, то в книге будет 144 страницы. Сколько страниц будет в книге, если набирать на каждой:

1) по 36 строк; 2) по 24 строки;
3) по 72 строки; 4) по 48 строк?

Скачано с сайта www.aversev.by

5.54.° Пять каменщиков выложат стены дома за 70 дней. За сколько дней сделают эту же работу:
1) 14 каменщиков; 2) 10 каменщиков;
3) 25 каменщиков; 4) 50 каменщиков?

5.55.° Гусеничный трактор вспахал 4 га за то же время, за которое колесный трактор вспахал 3 га. За какое время гусеничный трактор вспашет поле, если колесный трактор его может вспахать за 24 ч?

5.56.° Три дубовые шпалы весят столько же, сколько 5 сосновых. Какова масса одной дубовой шпалы, если масса одной сосновой 27,3 кг?

5.57. На мотогонках Олег проехал 40 км, за это же время Вадим проехал 50 км. За какое время Вадим проедет то же расстояние, которое Олег проехал за 4 ч?

5.58. Поезд проходит путь между пунктами A и B со скоростью 65 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$ за 20 ч. За какое время поезд пройдет тот же путь, если его скорость увеличить на 15 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$?

5.59. Как изменится частное от деления двух чисел, если в 2 раза:
1) увеличить делимое; 2) уменьшить делитель?

5.60. Являются ли обратно пропорциональными:
1) цена конфет и стоимость 5,5 кг этих конфет;
2) цена конфет и их масса, купленная на 22 000 р.;
3) масса конфет и их стоимость при цене m р.?

5.61.° В таблице даны соответствующие значения обратно пропорциональных величин m и n. Найдите x — неизвестное значение одной из них.

Скачано с сайта www.aversev.by

1)

m $\uparrow\downarrow$ n	
x	$1\frac{8}{11}$
$\frac{4}{11}$	$6\frac{1}{3}$

2)

m $\uparrow\downarrow$ n	
$2\frac{2}{3}$	x
5,6	0,3

3)

$\uparrow\downarrow$	m	$4\frac{2}{3}$	$9\frac{1}{8}$
	n	$12\frac{1}{6}$	x

4)

$\uparrow\downarrow$	m	$2\frac{2}{7}$	$3\frac{1}{3}$
	n	x	$4\frac{4}{7}$

5.62.* *Старинная задача.* В Древнем Риме вдова обязана была разделить оставшееся после мужа наследство в 3500 динариев с ребенком, который должен родиться. Если это будет сын, то по римским законам мать получает половину доли сына. Если родится дочь, то мать получает двойную долю дочери. Но родились близнецы: сын и дочь. Как следует разделить наследство, чтобы выполнить все требования закона?

5.5. Деление числа на части пропорционально данным числам

Из чисел 20; 15 и чисел 4; 3 можно составить пропорцию $\frac{20}{4} = \frac{15}{3}$. Говорят, что *числа* 20 *и* 15 *пропорциональны числам* 4 *и* 3.

В пропорции $\frac{a}{p} = \frac{b}{q}$ числа a и b ***пропорциональны числам*** p ***и*** q.

Разделить число m пропорционально числам p и q — это значит представить число m в виде суммы $m = a + b$, где $\frac{a}{p} = \frac{b}{q}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

В таком случае еще говорят: *разделить число m в отношении $p : q$*.

Пример 1. В одной группе детского сада 12 детей, а в другой — 14. Как между группами разделить 130 мандаринов?

Решение. Условие задачи можно сформулировать так: разделить мандарины пропорционально числам 12 и 14 (т. е. в отношении 12 : 14). Будем считать, что 130 мандаринов составляют 12 + 14 = 26 частей. Тогда на одну часть приходится 130 : 26 = 5 мандаринов.

Значит, на 12 частей приходится $5 \cdot 12 = 60$ мандаринов, а на 14 частей — $5 \cdot 14 = 70$ мандаринов. Поэтому мандарины следует разделить так: 60 мандаринов — одной группе, 70 мандаринов — другой.

Ответ: 60 и 70 мандаринов.

Решение можно записать так: одной группе — $\frac{130}{12+14} \cdot 12 = 60$; а другой группе — $\frac{130}{12+14} \cdot 14 = 70$ мандаринов (или так: $130 \cdot \frac{12}{12+14} = 60$; $130 \cdot \frac{14}{12+14} = 70$).

Таким образом, получаем правило:

чтобы разделить число m пропорционально числам p и q (т. е. в отношении $p : q$), можно разделить m на сумму $p + q$ и частное умножить на каждое из чисел p, q.

Итак,

$$m = \frac{m}{p+q} \cdot p + \frac{m}{p+q} \cdot q, \text{ или } m = m \cdot \frac{p}{p+q} + m \cdot \frac{p}{p+q}$$

Пример 2. Лиса Алиса и Кот Базилио совместно владеют Полем Чудес в Стране Дураков: 55 м^2 у Алисы и 45 м^2 у Базилио. Они получили прибыль 150 золотых. Как следует разделить эти деньги?

Скачано с сайта www.aversev.by

Решение. Естественно разделить прибыль пропорционально площадям участков Алисы и Базилио, т. е. пропорционально числам 55 и 45. Поскольку $55 : 45 = 11 : 9$, то можно разделить прибыль пропорционально числам 11 и 9.

Итак, Алиса должна получить (при честном дележе) $\frac{150}{11+9} \cdot 11 = 150 \cdot \frac{11}{20} = 82{,}5$ (золотых), а Базилио должен получить $\frac{150}{11+9} \cdot 9 = 150 \cdot \frac{9}{20} = 67{,}5$ (золотых).

Ответ: 82,5 золотых Алисе; 67,5 золотых Базилио.

По аналогичному правилу решают задачи, когда число надо разделить на части пропорционально трем, четырем и т. д. числам:

чтобы разделить некоторое число пропорционально данным числам, можно разделить его на сумму этих чисел и полученное частное последовательно умножить на каждое из этих чисел.

Пример 3. В Тридесятом царстве три богатыря сражались с многоголовым чудищем. Первый богатырь отрубил чудищу 5 голов, второй — 7 голов, а третий — 8 голов. В награду за победу над чудищем они получили от царя 4 меры золота. Как разделить награду между богатырями?

Решение. Естественно, что награда богатырю должна соответствовать его вкладу в победу. Будем считать, что вся награда составляет $5 + 7 + 8 = 20$ частей. Тогда первый богатырь должен получить 5 частей всей награды, второй — 7 частей и третий — 8 частей. Говорят, что надо разделить 4 меры золота пропорционально числам 5, 7 и 8 (т. е. в отношении 5:7:8), значит, их надо разделить так: $\frac{4}{5+7+8} \cdot 5 = 1$ — первому; $\frac{4}{5+7+8} \cdot 7 = 1{,}4$ —

Скачано с сайта www.aversev.by

второму; $\frac{4}{5+7+8}\cdot 8 = 1,6$ — третьему.

Ответ: 1 мера; 1,4 меры; 1,6 меры.

Задачи на пропорциональное деление можно решать и с помощью уравнений, обозначив переменной x одну часть.

Решите задачи из примеров 1—3 с помощью уравнений самостоятельно (см. п. 5.1, пример 4, с. 122).

1. Что значит разделить число m пропорционально числам p и q?
2. Как разделить число m:
   а) в отношении $p:q$; б) пропорционально числам p, q, t?

Упражнения

5.63.° Верно ли, что в столбце таблицы числа a и b пропорциональны числам m и n?

№ столбца	1)	2)	3)	4)	5)	6)
a	18	45	3,5	0,72	$\frac{3}{8}$	$5\frac{5}{6}$
b	24	10	0,2	4,8	$\frac{4}{9}$	$3\frac{1}{2}$
m	9	9	2,5	0,21	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{2}{3}$
n	12	5	0,28	0,6	$1\frac{7}{9}$	$\frac{1}{4}$

5.64.° В каком отношении некоторое число было разделено на части m и n?

№ столбца	1)	2)	3)	4)	5)	6)
m	588	375	46,2	2,42	3,75	40
n	784	125	69,3	4,62	50	47,5

Скачано с сайта www.aversev.by

5.65.° Определите, в каком отношении было выполнено деление числа a на две части, одна из которых равна m, если:

1) $a = 280,\ m = 210$; 2) $a = 630,\ m = 420$;

3) $a = 625,\ m = 12\frac{1}{2}$; 4) $a = 725,\ m = 1\frac{1}{4}$;

5) $a = 15{,}39,\ m = 6{,}84$; 6) $a = 27{,}54,\ m = 9{,}18$.

5.66.° Число k разделите на части (способами *а*—*г*) пропорционально числам, указанным в столбце таблицы:

№ столбца	1)	2)	3)	4)	5)	6)
Число k	60	80	360	150	5,6	7,2
а)	1 и 5	3 и 1	11 и 1	6 и 19	5 и 9	1 и 7
б)	13 и 7	4 и 1	7 и 8	13 и 2	11 и 17	7 и 11
в)	9 и 11	3 и 5	7 и 3	13 и 17	11 и 9	4 и 5
г)	2 и 3	1 и 9	1 и 2	17 и 8	13 и 12	5 и 7

5.67. Отношение числа девочек к числу мальчиков в математическом кружке равно $\frac{4}{9}$. Сколько мальчиков и сколько девочек занимаются в математическом кружке, если в нем 26 учащихся?

5.68. Два сотрудника фирмы «Мороз Красный Нос», выполняя заказы, поздравили с Новым годом 35 семей. Сколько семей поздравил каждый сотрудник, если заказы были распределены в отношении 3:4?

5.69. У Винтика — 24 акции компании «ВиШ», а у Шпунтика — 28 акций. Как разделить между ними прибыль, полученную по всем акциям, которая составила 8060 леп (1 леп — лепесток розы — денежная единица Цветочного города)?

Скачано с сайта www.aversev.by

5.70. Изобразите два смежных угла, если отношение их градусных мер равно отношению чисел:

1) 1 и 5; 2) 2 и 3;
3) 5 и 4; 4) 5 и 13.

5.71. Прямоугольник с измерениями 5 см и 6 см разделен на 15 равных прямоугольников. Закрасьте несколько из них так, чтобы отношение площадей закрашенной и незакрашенной частей было 11 : 4.

5.72. Разделите 90 на части пропорционально числам:

1) 1; 2 и 3; 2) 2; 3 и 4;
3) 2; 5 и 11; 4) 4; 4 и 7.

5.73. Разделите 12,5 на части пропорционально числам:

1) 1; 2 и 2; 2) 4; 5 и 1;
3) 7; 8 и 10; 4) 12; 5 и 3.

5.74. Разделите число 96 в отношении:

1) 1 : 2 : 3; 2) 3 : 5 : 8;
3) 5 : 6 : 13; 4) 2 : 5 : 5.

5.75. Найдите числа a и b, если известно, что числа a, 42 и b соответственно пропорциональны числам:

1) 2; 7 и 15; 2) 5; 6 и 8;
3) 1,1; 2,1 и 4,8; 4) 0,12; 1,4 и 0,33.

5.76. Найдите числа m и n, если отношение $m : n : 100{,}5$ равно:

1) 33 : 72 : 67; 2) 65 : 81 : 301,5;
3) 3,09 : 5,1 : 50,25; 4) 2,45 : 11,8 : 2,01.

5.77. Для строительства нового дома поросята Ниф-Ниф, Наф-Наф и Нуф-Нуф изготовили 4200 кирпичей из глины. Сколько кирпичей изготовил Нуф-Нуф, если количество кирпичей, изготовленных каждым, пропорционально числам 1; 2 и 3?

Скачано с сайта www.aversev.by

5.78. На централизованном тестировании по математике абитуриентам дан тест из 30 заданий, причем число арифметических, алгебраических и геометрических заданий дано в отношении 1 : 3 : 1. Сколько алгебраических заданий включено в тест?

5.79.* Числа пассажирских мест в спальном, купейном и плацкартном вагонах находятся в отношении 1 : 2 : 3 соответственно. В поезде 8 плацкартных, 4 купейных и 3 спальных вагона; всего в них 630 мест. Сколько мест в плацкартном вагоне?

5.80. Отрезок AB длиной 10,5 см разделите на три части в отношении 6 : 4 : 5.

5.81. Миша полил удобрением помидоры на участке из расчета 3 лейки на 4 куста, а надо было — 4 лейки на 5 кустов. Из какого расчета ему нужно дополнительно полить кусты?

5.82.* Семь рыбаков съели 7 судаков за 7 дней. За сколько дней 100 рыбаков съедят 100 судаков?

5.6. Масштаб

Рис. 37

Изображая на бумаге участок земной поверхности, деталь машины, жилую комнату, мы вынуждены изменять их истинные размеры. А чтобы представления об изображаемых объектах были правильными на картах, чертежах и планах, все размеры уменьшают (или увеличивают) в одно и то же число раз и указывают, во сколько раз изображе-

Скачано с сайта www.aversev.by

ние некоторого отрезка меньше (больше) этого отрезка в реальности.

Например, если отрезок на местности длиной 1 км изображают на карте (рис. 37) отрезком длиной 0,5 см, то это означает, что 1 см на карте соответствует 2 км на местности; тогда пишут: «в 1 см — 2 км», или «1 см : 200 000 см», или «1 : 200 000».

Все эти записи указывают на то, что каждый отрезок на карте в 200 000 раз меньше отрезка на местности, который он изображает.

Отношение длины отрезка на карте, чертеже, плане к длине отрезка, который он изображает, называется *масштабом*.

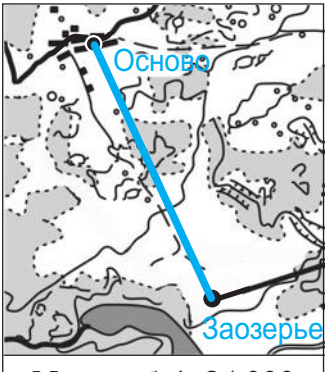
Обратите внимание,

что расстояния a и b на любом изображении пропорциональны соответствующим реальным расстояниям p и q, т. е. $\frac{a}{p} = \frac{b}{q}$, и каждое из отношений $\frac{a}{p}$, $\frac{b}{q}$ равно масштабу.

Пример 1. Расстояние между деревней Заозерье и поворотом на деревню Осново на карте равно 3,7 см (рис. 38). Найти это расстояние на местности.

Решение. Обозначим буквой x искомое расстояние на местности. Тогда отношение расстояния на карте 3,7 см к расстоянию на местности x, т. е. $3{,}7 : x$, будет равно масштабу, указанному на карте. Значит,

$$3{,}7 : x = 1 : 84\,000.$$



Масштаб 1 : 84 000

Рис. 38

Скачано с сайта www.aversev.by

Это пропорция с неизвестным средним членом x, откуда

$$x = (3{,}7 \cdot 84\ 000) : 1 = 310\ 800\ (\text{см}) = 3{,}108\ (\text{км}).$$

Ответ: 3,108 км.

Пример 2. Расстояние между городами A и B равно 60 км. Чему равно соответствующее расстояние на карте, масштаб которой $1:1\ 200\ 000$?

Решение. Обозначим буквой x расстояние (в километрах) между городами A и B на карте. Тогда отношение $\frac{x}{60}$ равно масштабу карты, т. е.

$$\frac{x}{60} = \frac{1}{1\ 200\ 000}.$$

Найдем неизвестный крайний член пропорции:

$$x = \frac{1 \cdot 60}{1\ 200\ 000} = \frac{1}{20\ 000} = 0{,}00005\ (\text{км}) = 5\ (\text{см}).$$

Ответ: 5 см.

Пример 3. На чертеже диаметр шестеренки часового механизма равен 3 см. Чему равен этот диаметр в реальности, если масштаб чертежа $10:1$?

Решение. Обозначим буквой x реальный диаметр шестеренки (в сантиметрах). Тогда отношение $\frac{3}{x}$ — это масштаб чертежа. Значит,

$$\frac{3}{x} = \frac{10}{1}.$$

Найдем неизвестный средний член пропорции:

$$x = \frac{3}{10} = 0{,}3\ (\text{см}),\ \text{т. е.}\ x = 3\ \text{мм}.$$

Ответ: 3 мм.

1. Что называется масштабом карты (чертежа, плана)?
2. Что означает масштаб чертежа: а) $1:5$; б) $10:1$?

Скачано с сайта www.aversev.by

Упражнения

5.83.° Найдите масштаб карты, если отрезок на местности длиной 1 км изображен на ней отрезком:

1) 1 см; 2) 1 мм;
3) 2 мм; 4) 2,5 см.

5.84.° Найдите масштаб карты, если отрезку 1 см на карте на местности соответствует расстояние:

1) 2 км; 2) 5 км;
3) 25 км; 4) 50 км.

5.85.° Найдите масштаб карты, если отношение расстояния на местности к изображению его на карте равно:

1) 100; 2) 2000;
3) 100 000; 4) 2 500 000.

5.86.° Как можно записать масштаб карты, если отношение длины отрезка на ней к соответствующему расстоянию на местности равно:

1) 0,0001; 2) 0,002;
3) 0,000025; 4) 0,000000125?

5.87. Найдите масштаб карты, если отрезку 5 см на карте на местности соответствует:

1) 20 км; 2) 100 км;
3) 50 км; 4) 250 км.

5.88. Найдите масштаб карты, если расстояние по прямой между Минском и Светлогорском равно 200 км, а его изображение на карте равно:

1) 10 см; 2) 5 см;
3) 20 см; 4) 25 см.

5.89. Найдите длину отрезка, соединяющего на карте Гомель и Радошковичи, расстояние между которыми 300 км, если масштаб карты:

1) 1:100 000; 2) 1:2 000 000;
3) 1:2 500 000; 4) 1:15 000 000.

Скачано с сайта www.aversev.by

5.90. Как на географической карте записывается, что все расстояния уменьшены в:
1) 10 000 раз; 2) 100 000 раз;
3) 1 000 000 раз; 4) 10 000 000 раз?

5.91. Карта шоссейных дорог Республики Беларусь имеет масштаб 1:500 000. Отрезком какой длины изображен участок шоссе между Жодино и Борисовом, если расстояние между ними равно 19 км?

5.92. Выполнив необходимые измерения, найдите масштаб карты (рис. 39), зная, что расстояние между селами Бобриково и Шариково равно 5,4 км.

Рис. 39

5.93. Ко дню рождения Удава Мартышка заказала его портрет. Художник изобразил Удава во всю длину в масштабе 1:18. Найдите размер изображения в Попугаях, если длина Удава в Попугаях равна 36.

5.94. Масштаб чертежа 1:5. Во сколько раз:
1) длина детали больше ее изображения;
2) площадь квадратной детали больше площади ее изображения?

5.95.* На снимке при аэрофотосъемке лесной массив площадью 25 га занимает площадь 25 см^2. В каком масштабе выполнен снимок?

5.96. Машиностроительный чертеж выполнен в масштабе 2:1. Найдите размеры детали на чертеже, если ее измерения 125 мм, 65 мм, 108 мм.

Скачано с сайта www.aversev.by

5.97. Найдите масштаб чертежа, если прямоугольное отверстие с измерениями $3{,}5 \times 1{,}2$ мм имеет на чертеже детали измерения:

1) 35×12 мм; 2) 70×24 мм;
3) $10{,}5 \times 3{,}6$ мм; 4) $14 \times 4{,}8$ мм.

5.98. Найдите масштаб строительного чертежа новой школы, если все размеры объектов были уменьшены в 50 раз. Какие размеры на чертеже имеют:

1) классная комната 12×10 м;
2) коридор 28×3 м;
3) компьютерный класс площадью 64 м^2, если его ширина равна длине;
4) читальный зал площадью 52 м^2, если его длина равна 6,5 м?

5.99.* Найдите масштаб строительного чертежа, если помещение площадью 25,2 м^2 изображено на нем в виде прямоугольника, площадь которого:

1) 25,2 см^2; 2) 157,5 см^2;
3) 70 см^2; 4) 100,8 см^2.

5.100. Длина палочковидного вируса равна 0,0000003 м. Найдите, какое увеличение дает электронный микроскоп, если ученый, рассматривая через него этот вирус, видит его длиной 1,5 см.

5.101. На карте расстояние между точками A и B равно 5,7 см. Каково расстояние AB на местности, если масштаб карты:

1) 1:4000; 2) 1:20 000;
3) 1:2 500 000; 4) 1:15 000 000?

5.102.* Известно, что с полным баком топлива моторная лодка проходит 30 км по течению реки или 20 км против течения. На какое наибольшее расстояние может отплыть лодка с тем же запасом топлива, чтобы его хватило и на обратный путь и при этом чтобы топливо было полностью израсходовано?

Скачано с сайта www.aversev.by

Глава 6

ПРОЦЕНТЫ

6.1. Понятие процента

В практической деятельности для сравнения величин оказалось удобно пользоваться их сотыми частями. Как и некоторые другие дроби — $\frac{1}{2}$ *(половина)*, $\frac{1}{3}$ *(треть)*, $\frac{1}{4}$ *(четверть)*, — дробь $\frac{1}{100}$ получила особое название — *процент*.

Процентом называется одна сотая. Процент обозначается знаком %:

$$1\ \% = \frac{1}{100} = 0{,}01.$$

Отсюда получаем $1 = 100\ \%$. Следовательно:

$$5\ \% = 0{,}05;\ 45\ \% = 0{,}45;\ 257\ \% = 2{,}57;$$

$$0{,}4 = 40\ \%;\ \frac{17}{20} = \frac{1700\ \%}{20} = 85\ \%;\ 3{,}2 = 320\ \%.$$

Чтобы выразить проценты в виде десятичной дроби, нужно число процентов разделить на 100. Чтобы выразить число в виде процентов, нужно это число умножить на 100 %.

Пример 1. Найти 1 % числа 758.

Решение. 1 % числа 758 равен $\frac{1}{100}$ этого числа. Значит, 758 надо разделить на 100, т. е. $758 : 100 = 7{,}58$.

Ответ: 7,58.

Скачано с сайта www.aversev.by

Можно рассуждать иначе: чтобы найти 0,01 от числа 758, надо 758 умножить на 0,01, т. е.

$$758 \cdot 0{,}01 = 7{,}58.$$

Пример 2. Найти 7 % от 13 м.

Решение. 7 % от 13 м равны 0,07 от 13 м, т. е.

$$13 \cdot 0{,}07 = 0{,}91 \text{ (м)} = 91 \text{ (см)}.$$

Ответ: 91 см.

Задачи такого типа, как в примерах 1 и 2, называются ***задачами на нахождение процентов данного числа.***

Чтобы найти несколько процентов данного числа, можно выразить проценты в виде десятичной дроби и умножить число на эту дробь.

▲ Это можно записать в виде формулы. Пусть b — это p % числа a, тогда

$$b = a \cdot \frac{p}{100}$$

Заметим, что 100 % числа a равны самому числу a, так как $a = \frac{100}{100} \cdot a$. ▲

Слово «процент» происходит от латинского слова *pro centum* — за сто — и вошло в математику из купеческого и финансового обихода. От сокращенной записи *ct* возник знак % для обозначения процентов, с середины XIX в. он получил всеобщее признание.

Кроме процента особое название имеет его десятая часть — ***промилле***, которую обозначают знаком ‰.

$$1 \text{ ‰} = 0{,}1 \text{ \%} = \frac{1}{1000}$$

Слово «промилле» происходит от латинского *pro mille* — за тысячу.

Скачано с сайта www.aversev.by

1. Что называется процентом?
2. Как выразить 17 % в виде дроби:
   а) десятичной; б) обыкновенной?
3. Как выразить число в виде процентов?
4. Как найти несколько процентов данного числа?
5.* По какой формуле можно вычислить p % числа a?

Упражнения

Запишите обыкновенную дробь в виде процентов **(6.1—6.2)**.

6.1.° 1) $\frac{17}{100}$; 2) $\frac{87}{100}$; 3) $\frac{101}{100}$; 4) $\frac{129}{100}$.

6.2.° 1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{11}{20}$; 3) $\frac{17}{25}$; 4) $\frac{33}{50}$.

6.3.° Запишите десятичную дробь в виде процентов:
1) 0,03; 2) 0,09; 3) 0,74; 4) 0,88.

Запишите проценты десятичной дробью **(6.4—6.5)**.

6.4.° 1) 6 %; 2) 9 %; 3) 96 %; 4) 76 %.

6.5.° 1) 104 %; 2) 167 %; 3) 215 %; 4) 185 %.

6.6.° Запишите проценты обыкновенной дробью:
1) 10 %; 2) 20 %; 3) 25 %; 4) 75 %.

Найдите 1 % числа или величины **(6.7—6.10)**.

6.7.° 1) 1500; 2) 6700;
3) 246 000; 4) 6 804 000.

6.8.° 1) 684; 2) 1075; 3) 40,16; 4) 99,87.

6.9.° 1) 1 кг; 2) 1 км; 3) 1 га; 4) 1 л.

6.10.° 1) 1500 кг; 2) 3600 м;
3) 50,6 т; 4) 72,4 га.

Скачано с сайта www.aversev.by

6.11.° Чему равен 1 % площади самого большого на территории Беларуси:
1) Березинского заповедника — 851,9 км^2;
2) болота в Полесской низине — 46 950 км^2;
3) озера Нарочь — 80 км^2;
4) Вилейского водохранилища — 64,6 км^2?

6.12.° Заменив проценты дробью, прочитайте текст:
1) 12 % числа 25 равны 3;
2) 20 % числа 75 равны 15;
3) 2 кг составляют 2 % от 1 ц;
4) 250 м составляют 25 % от 1 км.

6.13.° Прочитайте текст, используя проценты:
1) половина учащихся класса — спортсмены;
2) каждый четвертый учащийся — турист;
3) каждый пятый учащийся — футболист;
4) десятая часть учащихся — пловцы.

6.14.° Найдите 10 % числа:
1) 50; 2) 90; 3) 261; 4) 179.

6.15.° Вычислите 50 % числа:
1) 392; 2) 778; 3) 15; 4) 49.

6.16.° Найдите 25 % числа:
1) 588; 2) 364; 3) 2; 4) 6.

6.17.° Найдите 5 % числа:
1) 24; 2) 72; 3) 168; 4) 662.

6.18. Найдите 25 % от:
1) 1 ч; 2) 2 мин;
3) 2 ч 20 мин; 4) 12 ч 48 мин.

6.19. Сравните:
1) 25 % числа 56 и 52 % числа 28;
2) 12 % числа 33,1 и 10 % числа 35;
3) 9,6 % числа 12,5 и 12,5 % числа 7,8;
4) 1,5 % числа 120,8 и 99 % числа 1.

Скачано с сайта www.aversev.by

6.20. Найдите градусную меру угла, равного:
1) 60 % развернутого угла;
2) 40 % развернутого угла;
3) 30 % прямого угла;
4) 90 % прямого угла.

6.21. Укажите вид угла, который составляет:
1) 42 % развернутого угла;
2) 69 % развернутого угла;
3) 60 % прямого угла;
4) 120 % прямого угла.

6.22. Изобразите угол с градусной мерой, равной:
1) 25 % градусной меры развернутого угла;
2) 75 % градусной меры развернутого угла;
3) 150 % градусной меры прямого угла;
4) 200 % градусной меры прямого угла.

6.23. Увеличьте число 120 на:
1) 30 %; 2) 75 %; 3) 8,5 %; 4) 12,5 %.

6.24. Число 620 уменьшите на:
1) 45 %; 2) 62 %; 3) 7,5 %; 4) 0,5 %.

6.25. Процентное содержание кислорода в атмосфере составляет примерно 21 %. Сколько литров кислорода содержится в:
1) 1 $м^3$ воздуха; 2) 7 $м^3$ воздуха?

6.26. В свежих плодах инжира — 24 % сахара, граната — 19 %, хурмы — 20 %, фейхоа — 10 %. Сколько килограммов сахара в 10 кг каждого из фруктов?

6.27. В стеблях льна-долгунца содержится до 32 % льняного волокна. Сколько килограммов льняного волокна можно получить из 15 т льна-долгунца?

6.28. На территории Беларуси произрастает 1640 видов растений, среди которых 10 % обладают лечебными свойствами. Сколько видов лекарственных растений на территории Беларуси?

Скачано с сайта www.aversev.by

6.29. Площадь территории Гомельской области равна 40 489 км^2. Около 12 % ее территории занято болотами. Определите общую площадь болот Гомельской области. Ответ округлите до десятых.

6.30. Из недр планеты Земля ежегодно добывается 100 000 000 000 т минеральных руд, более 90 % которых при переработке идет в отходы. Сколько тонн очищенных минералов получается при этом?

6.31. Выход фруктового порошка составляет 75 % массы фруктов. Сколько фруктового порошка получится из фруктов массой:

1) 600 кг; 2) 120 ц;
3) 2,5 т; 4) 350,6 ц?

6.32. Длина отрезка KM равна 7,2 см. Найдите длину отрезка AB, если известно, что его длина составляет от длины отрезка KM:

1) 70 %; 2) 80 %; 3) 150 %; 4) 200 %.

6.33.* Во сколько раз увеличилось число, если его увеличили на:

1) 20 %; 2) 50 %; 3) 100 %; 4) 150 %?

6.34.* Во сколько раз уменьшилось число, если его уменьшили на:

1) 10 %; 2) 25 %; 3) 75 %; 4) 80 %?

6.35.* Как изменилось частное $\frac{a}{b}$, если на 20 %:

1) увеличили число a, а b уменьшили на 80 %;
2) увеличили число a, а b увеличили на 80 %;
3) уменьшили число a, а b уменьшили на 80 %;
4) уменьшили число a, а b увеличили на 80 %?

6.36.* Электропоезд длиной 18 м проезжает мимо светофорного столба за 9 с. Сколько времени ему понадобится, чтобы проехать мост длиной 36 м?

Скачано с сайта www.aversev.by

6.2. Нахождение числа по его процентам. Нахождение процентного отношения двух чисел

Покажем, как находить число по данной его части, составляющей некоторое количество процентов, т. е. как ***находить число по его процентам.***

Пример 1. Найти число, 31 % которого равен 18,6.

Решение. Заменим проценты десятичной дробью:

$$31\ \% = 0{,}31.$$

Теперь задачу можно сформулировать так:
найти число, 0,31 которого равна 18,6.

Это задача на нахождение числа по его части. Для ее решения можно данную часть числа, т. е. 18,6, разделить на дробь 0,31. Итак, $18{,}6 : 0{,}31 = 60$.

Ответ: 60.

Чтобы найти число по его процентам, можно выразить проценты дробью и разделить данную его часть на эту дробь.

▲ Это правило можно записать в виде формулы. Пусть b — это p % числа a и надо найти a. Тогда из формулы $b = a \cdot \frac{p}{100}$ (см. п. 6.1) получаем

$$\boxed{a = b : \frac{p}{100}}$$

т. е. $a = \frac{b \cdot 100}{p}$. ▲

Пример 2. Масса сушеных груш составляет 18 % массы свежих груш. Сколько свежих груш нужно высушить, чтобы получить 216 кг сушеных?

Скачано с сайта www.aversev.by

Решение. $18\ \% = 0{,}18$, значит,

$$216 : 0{,}18 = 1200\ (\text{кг}).$$

Ответ: 1200 кг.

Мы знаем, что отношение двух чисел позволяет сравнить их. Но это отношение можно выразить в процентах (говорят: *найти процентное отношение двух чисел*). Покажем, как это делается.

Пример 3. Туристам нужно пройти 50 км за 2 дня. В первый день они прошли 26 км. Сколько процентов пути прошли туристы в первый день?

Решение. Найдем сначала, какую часть пути прошли туристы в первый день. Для этого 26 надо разделить на 50. Получим $26 : 50 = 0{,}52$. Выразим это отношение в процентах:

$$0{,}52 = 52\ \%.$$

Ответ: $52\ \%$.

Чтобы найти, сколько процентов число a составляет от числа b, нужно число a разделить на b и выразить это частное (отношение) в процентах, т. е.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot 100\ \%}{b}$$

Отношение двух чисел, выраженное в процентах, называется ***процентным отношением*** этих чисел.

Например, процентное отношение чисел 26 и 50 равно $52\ \%$, поскольку $\frac{26}{50} = \frac{26 \cdot 100\ \%}{50} = 52\ \%$.

Чтобы найти процентное отношение чисел a и b, нужно найти отношение этих чисел и выразить его в процентах.

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 4. Найти процентное отношение 34 и 44.

Решение. Найдем отношение данных чисел и выразим его в процентах:

$$34 : 44 = \frac{17}{22},$$

$$\frac{17}{22} = \frac{17}{22} \cdot 100\ \% = \frac{17 \cdot 100\ \%}{22} = \frac{850\ \%}{11} = 77\frac{3}{11}\ \%.$$

Ответ: $77\frac{3}{11}\ \%$.

1. Как найти число по его процентам?
2. Как найти: а) сколько процентов одно число составляет от другого; б) процентное отношение двух чисел?
3.* По какой формуле можно найти число a, зная его p %?

Упражнения

6.37.° Найдите число, 1 % которого равен:
1) 45,1; 2) 60,8; 3) 0,75; 4) 1,94.

6.38.° Найдите значение величины, если 1 % ее:
1) 2,5 км; 2) 1,8 т; 3) 12 мин; 4) 45 с.

6.39.° Найдите число, 25 % которого равны:
1) 1,25; 2) 4,75; 3) 3,004; 4) 0,048.

6.40. Найдите число, 87,5 % которого равны:
1) 7; 2) 42; 3) 4,9; 4) 3,5.

6.41. Найдите значение величины, если 6,25 % ее:
1) 16 км; 2) 80 г;
3) 32,75 кг; 4) 60,25 ц.

6.42.° Сколько сахарной свеклы потребуется для получения 90 т сахара, если сахар при переработке составляет 18 % массы свеклы?

Скачано с сайта www.aversev.by

6.43.° В школьной олимпиаде по математике приняли участие 27 учащихся 5—7 классов — это 60 % всех учащихся, которые занимаются в математических кружках. Сколько членов кружков не участвовали в олимпиаде?

6.44.* На выставке декоративно-прикладного рукоделия 18 % экспонатов составляли работы, выполненные в технике плетения макраме, 20 % изделий — филейное кружево, 32 % — вязаные изделия и еще 45 работ — в лоскутной технике. Сколько всего изделий было представлено на выставке?

6.45.* Сравните числа a и b, если:
1) 15 % числа a — 48,7, а 25 % числа b — 47,8;
2) 4,9 % числа a и 5 % числа b равны 100;
3) 76 % числа a — 43,1, а 76 % числа b — 38,9;
4) 48 % числа a равны 51 % числа b.

6.46. Сколько процентов число 12 составляет от числа:
1) 120; 2) 60; 3) 18;
4) 1,2; 5) 2,4; 6) 42?

6.47. Сколько процентов от 1 т составляет груз:
1) 250 кг; 2) 45 ц;
3) 7 кг 500 г; 4) 2 т 300 кг?

6.48. Сколько процентов от массы товара с упаковкой (ответ округлите до сотых) составляет масса упаковки *(тары)*, если на ней указано: брутто *(масса товара с упаковкой)* — 12,45 кг, нетто *(масса товара без упаковки)* — 11,5 кг?

6.49. В Полесском заповеднике отмечено около 150 видов птиц, среди которых 31 вид занесен в Красную книгу Республики Беларусь. Сколько процентов составляют виды птиц, занесенные в Красную книгу? Ответ округлите до сотых.

Скачано с сайта www.aversev.by

6.50. Комплект шахмат состоит из 32 фигур — по 16 фигур белого и черного цвета. В комплекте находятся каждого цвета 1 король, 1 ферзь, по 2 слона, по 2 ладьи, по 2 коня и по 8 пешек. Какой процент всех шахматных фигур составляют:
1) фигуры одного цвета;
2) пешки;
3) слоны;
4) короли?

6.51. Сколько процентов составляет цена товара от прежней, если он:
1) подешевел на 20 %;
2) подорожал на 20 %;
3) подорожал на 40 %;
4) подешевел на 50 %?

6.52. На территории Полесского заповедника зарегистрировано 54 вида наземных млекопитающих из 73, обитающих в Республике Беларусь. Сколько процентов составляют виды, зарегистрированные в заповеднике? Ответ округлите до десятых.

6.53. В соревнованиях по мини-футболу приняли участие 12 женских и 20 мужских команд. Сколько процентов составило число команд:
1) женских от общего числа команд;
2) мужских от общего числа команд;
3) женских от числа мужских команд;
4) мужских от числа женских команд?

6.54. На областной олимпиаде по математике 40 участников были награждены дипломами: 8 участников получили дипломы I степени, 12 участников — II степени. Сколько процентов победителей олимпиады наградили дипломами III степени?

Скачано с сайта www.aversev.by

6.55. В смотре художественной самодеятельности приняли участие 8 детских хоров, 17 вокальных групп и 15 музыкальных коллективов. Выразите состав участников смотра в процентах.

6.56. Отношение ширины a прямоугольника к его длине b равно 2:3. Сколько процентов составляет:

1) a от b; 2) b от a;

3) a от периметра; 4) периметр от b?

6.57. Выразите в процентах отношение чисел:

1) 28 и 35; 2) 75 и 33;

3) 12,5 и 8,75; 4) 50 и 62,5.

6.58. Выразите в процентах отношение натуральных чисел:

1) наименьших трехзначного и пятизначного;

2) наибольших четырехзначного и двузначного;

3) наибольшего и наименьшего шестизначных;

4) наименьшего и наибольшего трехзначных.

6.59. Выразите в процентах отношение 22,5 к:

1) 31,25; 2) 62,5; 3) 33,75; 4) 14,4.

6.60. Процентное отношение чисел m и n равно 75 %. Найдите число m, если число n равно:

1) 25; 2) 13,2; 3) 0,84; 4) 0,028.

6.61. Процентное отношение чисел p и q равно 20 %. Найдите число q, если число p равно:

1) 16; 2) 4,5; 3) 0,75; 4) 2,35.

6.62. Найдите процентное отношение чисел a и b, если они соответственно пропорциональны числам:

1) 15 и 20; 2) 34 и 85;

3) 11,2 и 17,5; 4) 1,92 и 2,4.

6.63. Найдите процентное отношение чисел m и n, если их отношение равно:

1) 4:5; 2) 7:8; 3) 12:25; 4) 11:16.

Скачано с сайта www.aversev.by

6.64. В русском языке 6 гласных звуков, 36 согласных (среди них 20 звонких и 16 глухих). Выразите в процентах отношение числа звуков:
1) глухих и звонких согласных;
2) согласных и гласных;
3) глухих согласных и согласных;
4) гласных и согласных.

6.65. Масса пеночки 10 г. В течение суток она съедает 17 г насекомых. Каково процентное отношение масс съедаемого корма и птички?

6.66. Отец старше сына в 3 раза. Каково процентное отношение возрастов:
1) сына и отца; 2) отца и сына?

6.67.* На распродаже цену на товар снизили сначала на 20 %, затем еще на 10 %. Сколько процентов составляет последняя цена от исходной?

6.68. Длина взрослого голубого кита достигает 32 м, а длина новорожденного кита равна 7,5 м. Чему равно процентное отношение длин китов:
1) новорожденного и взрослого;
2) взрослого и новорожденного?

6.69. Продолжительность жизни дуба достигает 1500 лет, березы — 150 лет, сливы — 15 лет. Каково процентное отношение продолжительностей жизни:
1) дуба и березы; 2) березы и сливы;
3) сливы и дуба; 4) березы и дуба?

6.70. Меню в режиме питания подростков по калорийности должно быть составлено так, чтобы ужин составлял 20 % дневного рациона, обед — в 2 раза больше, чем ужин, остальное — завтраки. Причем первый завтрак должен составлять 25 % дневного рациона питания. Найдите процентное отношение калорийности первого и второго завтрака.

Скачано с сайта www.aversev.by

6.71. Собственная скорость лодки равна 12,6 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, скорость течения реки — 1,4 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Найдите процентное отношение скоростей:
1) течения реки и лодки в стоячей воде;
2) течения реки и лодки по течению;
3) течения реки и лодки против течения;
4) лодки против течения и лодки по течению.

6.72. Изобразите смежные углы и найдите их градусные меры, если их процентное отношение:
1) 80 %; 2) 20 %.

6.73. Объем древесных отходов при изготовлении русских матрешек достигает 300 % от объема подготовленных к раскраске форм. Сколько древесины уходит в отходы из 1 $м^3$?

6.74. В контрольной работе по теме «Задачи на проценты» Света правильно решила 80 % всех заданий. Найдите процентное отношение числа нерешенных и решенных Светой заданий.

6.75. Изобразите прямоугольник и закрасьте 60 % его площади. Найдите процентное отношение площадей его частей:
1) закрашенной и незакрашенной;
2) незакрашенной и закрашенной.

6.76.* Автомобиль едет со скоростью 60 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. С какой скоростью он должен ехать, чтобы проходить каждый километр на 12 с быстрее?

6.3. Проценты и пропорции

Покажем, как задачи на проценты можно решать с помощью пропорций. Рассмотрим ***задачу на нахождение процентов от числа.***

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 1. При размоле пшеницы получают 83 % муки и 17 % кормовых отходов. Сколько муки выйдет из 3 т пшеницы?

Решение. Масса пшеницы — 3 т — составляет 100 %; массу муки, которую можно смолоть из этой пшеницы, обозначим буквой x. Поскольку массы пшеницы и полученной из нее муки пропорциональны, то запишем краткое условие задачи в виде таблицы:

↑↑	Масса пшеницы	3 т	100 %
	Масса муки	x т	83 %

Составим пропорцию: $\frac{3}{x} = \frac{100}{83}$. По свойству пропорции имеем: $x = \frac{3 \cdot 83}{100} = \frac{249}{100} = 2,49$ (т).

Ответ: 2,49 т.

Рассмотрим ***задачу на нахождение числа по его процентам***.

Пример 2. Бронза — это сплав 90 % меди и 10 % олова. Сколько бронзы получили, если было использовано 54 кг меди?

Решение. Массу полученной бронзы (в килограммах) обозначим буквой x. Она составляет 100 %. А 54 кг меди составляют 90 %. Поскольку масса меди пропорциональна массе полученной из нее бронзы, то запишем краткое условие задачи в виде таблицы:

↑↑	Масса меди	54 кг	90 %
	Масса бронзы	x кг	100 %

Составим пропорцию: $\frac{54}{x} = \frac{90}{100}$. По свойству пропорции имеем: $x = \frac{54 \cdot 100}{90} = 60$ (кг).

Ответ: 60 кг.

Скачано с сайта www.aversev.by

Рассмотрим ***задачу на нахождение процентного отношения.***

Пример 3. Тракторист вспахал 162 га из 180 га пашни, которые нужно вспахать по плану. На сколько процентов меньше вспахал тракторист, чем требуется по плану?

Решение. Площадь пашни, которую нужно вспахать по плану, принимаем за 100 %, а процент вспаханной пашни обозначим буквой x. Запишем краткое условие задачи в виде таблицы:

Площадь пашни	↑↑	Число процентов
180 га		100 %
162 га		x %

Составим пропорцию: $\frac{180}{162} = \frac{100}{x}$. По свойству пропорции имеем: $x = \frac{162 \cdot 100}{180} = 90\,(\%)$.

Значит, тракторист вспахал на 10 % меньше, чем запланировано (объясните почему).

Ответ: на 10 %.

В задачах, подобных примеру 3, за 100 %, как правило, принимают ту величину, с которой идет сравнение.

Теория пропорций была развита древнегреческими учеными, которые занимались изучением отношений между целыми числами. Римский философ Цицерон перевел греческий термин латинским словом *proportio* — соразмерность, которое и было принято для обозначения математического понятия.

Современное определение пропорции в XV в. дал итальянский ученый Бартоломео Цамберти.

1. Вспомните, что называется пропорцией.
2. Какие типы задач на проценты вы знаете?

Скачано с сайта www.aversev.by

Упражнения

6.77. Сколько процентов периметра составляет:
1) сторона квадрата;
2) сторона равностороннего треугольника?

6.78. При подготовке к экзамену в Академии музыки Маша 7,5 ч играла на скрипке, а $\frac{4}{5}$ ч отдыхала. Какую часть всего времени подготовки (в процентах) Маша играла на скрипке?

6.79. Найдите процентное отношение длины отрезка на карте и соответствующего ему расстояния на местности, если масштаб карты:
1) 1 : 100 000;
2) 1 : 1 000 000;
3) 1 : 2 500 000;
4) 1 : 4 000 000.

6.80. Лесополоса может снизить скорость ветра на 40 %. Какой будет скорость ветра после прохождения лесополосы, если на открытой местности его скорость — 18 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$ (рассмотрите два способа решения)?

6.81. Автомобилист выехал из Рогачева в Речицу через Жлобин, Стрешин и Горваль. Проехав 21 км, он прибыл в Жлобин, где выяснил, что ему предстоит проехать еще 75 % пути. Найдите расстояние между Жлобином и Речицей.

6.82. В 1 кг моркови содержится 3,5 г азота, 1,5 г фтора и 7 г калия. Найдите процентное содержание каждого из этих веществ в моркови.

6.83. Семена льна-долгунца содержат до 36 % льняного масла, а семена масличного льна — до 52 %. В хозяйстве было собрано 15 т семян льна-долгунца и 20 т семян масличного льна. Сколько льняного масла можно получить из собранных семян?

Скачано с сайта www.aversev.by

6.84. На сколько процентов 120 больше m, если:
1) $m = 96$; 2) $m = 108$;
3) $m = 57{,}6$; 4) $m = 115{,}2$?

6.85. На сколько процентов 252 меньше m, если:
1) $m = 300$; 2) $m = 420$;
3) $m = 472{,}5$; 4) $m = 806{,}4$?

6.86. На сколько процентов изменилось число после увеличения его в n раз, если:
1) $n = 2$; 2) $n = 4$;
3) $n = 1{,}5$; 4) $n = 2{,}5$?

6.87. На сколько процентов изменилось число после уменьшения его в k раз, если:
1) $k = 2$; 2) $k = 4$;
3) $k = 1{,}5$; 4) $k = 2{,}5$?

6.88. Норма расхода бензина легковым автомобилем в летнее время составляет 6 л на 100 км, в зимнее время — 8 л на 100 км. На сколько процентов расход бензина зимой больше, чем летом?

6.89.* Незнайка открыл в Цветочном городе магазин модной одежды «Тяп-Ляп». В первый день было продано 300 моделей фирмы «Тяп», а продажа моделей фирмы «Ляп» составила 40 % продажи моделей этих двух фирм. Моделей какой фирмы — «Тяп» или «Ляп» — было продано больше и на сколько? Решите задачу двумя способами.

6.90. В суточную норму корма для взрослого голубя входит зерновая смесь, в которой 40 % пшеницы, столько же проса и 20 % бобовых. Найдите массу зерновой смеси в суточном корме, если она содержит проса на 10 г больше, чем бобовых.

6.91.* Водитель автомобиля планировал, выехав из Лепеля в 12 ч 05 мин, в 12 ч 40 мин подъехать к шоссе Витебск—Полоцк (рис. 40). Проехав 20 км до

Скачано с сайта www.aversev.by

населенного пункта Камень, он посмотрел на часы — было 12 ч 15 мин. Успеет ли водитель подъехать к шоссе вовремя, двигаясь с той же скоростью, если путь между Лепелем и Каменем составляет 30 % пути от Лепеля до шоссе?

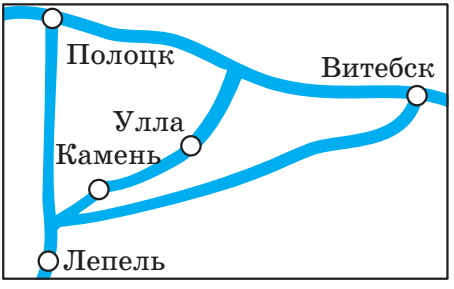


Рис. 40

6.92. Лена задумала число и нашла 28 % от него, а Саша задумала число и нашла 24 % от него; их результаты оказались одинаковыми. Какое число задумала Лена, если Саша задумала число 54,6?

6.93.* По графику движения автобуса время, затраченное на остановки, составляет 25 % от времени, затраченного на движение по маршруту. Сколько процентов составляет время остановок от времени, за которое автобус выполняет рейс?

6.4. Более сложные задачи на проценты

Рассмотрим несколько более сложных задач на проценты, при решении которых надо уметь использовать все ранее изученные приемы.

Пример 1. Кружок по экологии посещают 10 девочек и 15 мальчиков. На сколько процентов меньше девочек, чем мальчиков?

Решение. Если 15 мальчиков принять за 100 %, то на одного человека приходится $\frac{100}{15}$ %. Поскольку мальчиков

Скачано с сайта www.aversev.by

больше, чем девочек, на 5 человек, то, следовательно, их больше на $\frac{100}{15} \cdot 5\ \%$, т. е. на $\frac{100}{3}\ \%$.

Можно было отношение $\frac{5}{15}$ выразить в процентах: $\frac{1}{3} \cdot 100\ \% = 33\frac{1}{3}\ \%$.

Ответ: на $33\frac{1}{3}\ \%$.

Напомним, что в задачах, подобных примеру 1, за 100 %, как правило, принимают величину, с которой ведется сравнение.

Пример 2. Вася и Петя в начале первой четверти составляли 10 % всех учащихся класса. А в конце года друзья составляли уже 8 % всех учащихся. Как изменилось число учащихся в классе?

Решение. Поскольку на 2 учащихся приходится 10 %, т. е. 0,1 всех учащихся, то в классе в начале четверти было $2 : 0{,}1 = 20 : 1 = 20$ (чел.).

Так как на 2 учащихся к концу года приходится 8 %, т. е. 0,08 всех учащихся, то в классе стало $2 : 0{,}08 = 200 : 8 = 25$ (чел.).

Итак, число учащихся увеличилось на 5.

Ответ: увеличилось на 5.

Пример 3. У Степы 144 наклейки с изображением животных и автомобилей. Наклейки с автомобилями составляют 62,5 % всех наклеек. Сколько надо добавить наклеек с автомобилями, чтобы они составили 70 % всех наклеек?

Решение. Найдем, сколько у Степы наклеек с автомобилями, зная, что они составляют $62{,}5\ \% = 0{,}625$ всех наклеек: $144 \cdot 0{,}625 = 90$ (шт.).

Значит, наклеек с животными: $144 - 90 = 54$ (шт.).

Скачано с сайта www.aversev.by

Поскольку число наклеек с животными не изменяется, но должно составлять в пополненной коллекции 30 % = 0,3, то найдем число всех наклеек:

$$54 : 0{,}3 = 540 : 3 = 180 \text{ (шт.)}.$$

Итак, число наклеек нужно увеличить на

$$180 - 144 = 36 \text{ (шт.)}.$$

Ответ: 36 наклеек.

Упражнения

6.94. 1) Бак автомобиля вмещает 40 л бензина. Сколько литров бензина в баке, если заполнено 65 % его объема?

2) В магазине за неделю было продано 8 т овощей. Сколько килограммов картофеля было продано, если масса картофеля составила 48 % массы проданных овощей?

6.95. Длина отрезка KT 10 см. Найдите длину отрезка MN, если она составляет:

1) 60 % длины отрезка KT;

2) 120 % длины отрезка KT.

6.96. 1) Тракторист вспахал 2,64 км^2 пашни. Это составило 80 % всей площади, которую он должен вспахать. Какова площадь, которую ему нужно вспахать?

2) Боксер выиграл 54 боя. Это составило 90 % всех боев. Сколько всего боев провел боксер?

6.97. Найдите длину отрезка AB, если:

1) 12 % длины отрезка AB равны 3 см;

2) 75 % длины отрезка AB равны 45 мм.

6.98. 1) Как изменилась цена товара, если ее сначала:

а) увеличили, а затем уменьшили на 10 %;

б) уменьшили, а затем увеличили на 10 %?

Скачано с сайта www.aversev.by

2) На сколько процентов и как надо изменить цену товара, чтобы получилась первоначальная цена, после того как ее:
а) увеличили на 25 %;
б) уменьшили на 25 %?

6.99. 1) На сколько процентов и как изменилось данное число, если его сначала на 20 %:
а) увеличили, а затем результат увеличили еще раз на 20 %;
б) уменьшили, а затем результат уменьшили еще раз на 20 %?
2) На сколько процентов и как изменилась площадь прямоугольника, если одну сторону прямоугольника увеличили:
а) на 20 %, а другую — на 25 %;
б) на 50 %, а другую уменьшили на 50 %?

6.100. 1) Ягоды крыжовника содержат 99 % воды. Прежде чем положить 10 кг крыжовника в морозильник, его подсушили, и содержание воды в ягодах уменьшилось до 98 %. Найдите массу ягод, положенных в морозильник.
2) Одна землеройка уничтожает в течение суток 10 г насекомых, 40 % из которых являются вредителями леса. Найдите массу вредных насекомых, которых могут уничтожить в течение суток землеройки в лесном массиве площадью 25 га, если в среднем на 1 га леса приходится 100 землероек.

6.101.* Для сборки пылесоса Винтику и Шпунтику потребовалось 225 винтиков и 175 шпунтиков. На сколько процентов винтиков было затрачено больше, чем шпунтиков?

6.102. Число плюшек с маком, съеденных Карлсоном за чаем у фрекен Бок, составляет 60 % от съеденного им числа плюшек с повидлом. Сколько плю-

Скачано с сайта www.aversev.by

шек съел Карлсон, если плюшек с повидлом им было съедено на 4 больше, чем с маком?

6.103. 1) Прочитав 132 страницы книги, Лена выяснила, что она прочла на 10 % страниц больше, чем ей осталось прочитать. Сколько страниц в книге?

2) На время рекламной акции цены на телевизоры «Витязь» были снижены на 20 %. В каком процентном отношении находятся цены:
а) новые и старые; б) старые и новые?

6.104.* На отрезке AB, равном 1,2 дм, отметили точки C и K. Оказалось, что длина отрезка AC составляет 25 % от длины отрезка CK и 20 % от длины отрезка BK. Найдите длину каждого отрезка и процентное отношение длин отрезков:
1) AC и AB; 2) AC и BC.

6.105. Найдите число, если:
1) сумма этого числа и его 56 % равна 2184;
2) разность этого числа и его 82 % равна 445,59;
3) 96 % его на 190,4 больше, чем его $\frac{7}{8}$;
4) сумма $\frac{5}{8}$ этого числа и его 45 % равна 344.

6.106. Найдите число, если произведение:
1) его 28 % и его 35 % равно 980;
2) его $\frac{5}{12}$ и его 72 % равно 480.

6.107.* Для поздравления девочек с праздником 8 Марта каждый мальчик класса принес по одному сувениру, но их оказалось больше, чем девочек в классе. Чтобы все подарки были равноценными, мальчики в одни подарки положили один большой сувенир и открытку, в другие — два маленьких сувенира и открытку. Сколько учащихся в классе, если подарков с одним сувениром

Скачано с сайта www.aversev.by

оказалось на 2 больше, чем с двумя сувенирами, и они составили 60 % всех подарков.

6.108.* В математическом кружке занимаются 62,5 % учащихся 6 «А» класса, в спортивных секциях — 75 %, но трое учащихся не занимаются ни в математическом кружке, ни в спортивных секциях и составляют 20 % членов математического кружка. Сколько учащихся 6 «А» класса занимаются в спортивных секциях?

6.5. Осевая симметрия

На листе бумаги изображены две фигуры — Φ и Φ_1 — и прямая c (рис. 41, *а*). Мы видим, что если перегнуть лист по этой прямой, то фигуры Φ и Φ_1 совместятся (рис. 41, *б*). При этом прямая c называется ***осью симметрии***, а фигуры Φ и Φ_1 — ***симметричными относительно прямой c.***

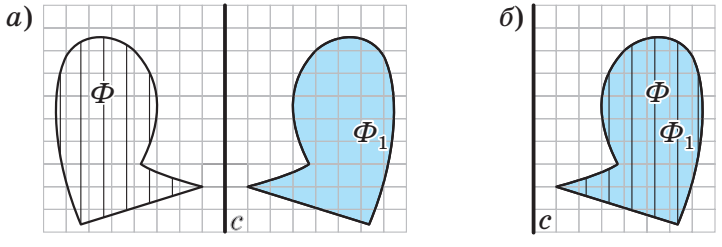


Рис. 41

На рисунке 42 изображены другие пары фигур, симметричных относительно прямой c (в том числе симметричные точки).

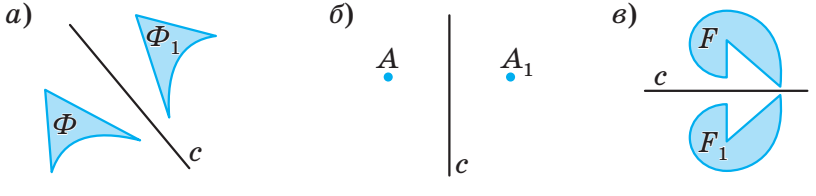


Рис. 42

Скачано с сайта www.aversev.by

Покажем, как построить точку, симметричную точке K относительно данной прямой c (рис. 43, *а*). Через точку K проведем прямую l, перпендикулярную прямой c (рис. 43, *б*). Построим на прямой l отрезок MK_1, равный отрезку MK. Точка K_1 симметрична точке K относительно прямой c (рис. 43, *в*).

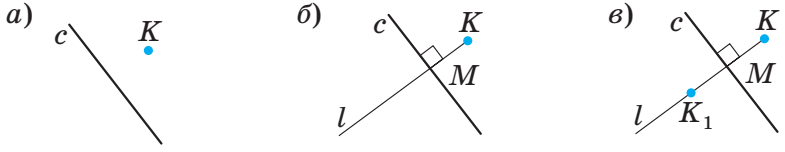


Рис. 43

На рисунке 44 показано, как построить треугольник, симметричный данному треугольнику ABC относительно прямой l. Для этого строят точки A_1, B_1, C_1, симметричные вершинам треугольника ABC относительно прямой l, и соединяют их отрезками.

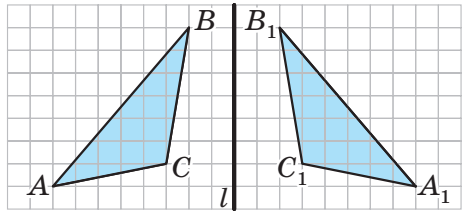


Рис. 44

На листе бумаги изображены фигура Φ и прямая k (рис. 45, *а*). Мы видим, что если перегнуть лист по этой прямой, то две половинки фигуры Φ совместятся (рис. 45, *б*). При этом прямая k называется ***осью сим-***

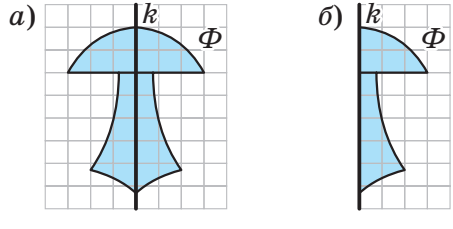


Рис. 45

Скачано с сайта www.aversev.by

метрии фигуры Ф, а фигура *Ф* — ***симметричной относительно прямой k.***

Например, биссектриса угла является его осью симметрии (см. п. 1.7).

Фигура может иметь несколько осей симметрии, а может не иметь их вообще. Равносторонний треугольник (рис. 46, *а*) имеет три оси симметрии, квадрат (рис. 46, *б*) имеет четыре оси симметрии. Четырехугольник, изображенный на рисунке 46, *в*, не имеет осей симметрии.

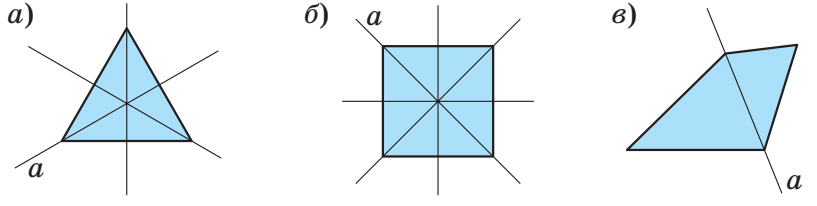


Рис. 46

Осью симметрии окружности является любая прямая, проходящая через ее центр. Такая прямая является и осью симметрии круга, ограниченного этой окружностью (рис. 47).

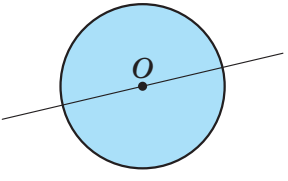


Рис. 47

1. Укажите фигуры, имеющие: а) одну ось симметрии; б) две оси симметрии; в)* пять осей симметрии.
2. Расскажите, как построить точку, симметричную данной относительно некоторой прямой.
3. Как проверить, является ли прямая *a* осью симметрии фигуры, изображенной на рисунке 46?

Упражнения

6.109.° Изображения каких букв белорусского и латинского алфавитов, а также каких цифр могут иметь:

1) одну ось симметрии;

2) две оси симметрии?

Скачано с сайта www.aversev.by

6.110.° На каком из рисунков 48, *а*—*г* изображены фигуры, симметричные относительно прямой *a*?

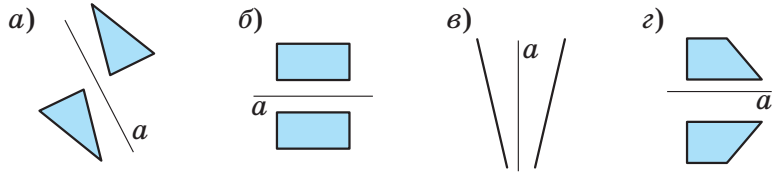


Рис. 48

6.111.° Перенесите рисунок 49 в тетрадь и изобразите точки, симметричные точкам E, C, M, B и A относительно прямой l.

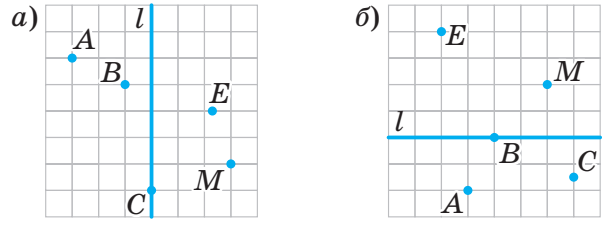


Рис. 49

6.112.° Постройте точки, симметричные точкам N, R и D относительно прямой m, если точки N, R и D расположены по одну сторону от прямой m и:
1) не лежат на одной прямой;
2) лежат на одной прямой.

6.113. Постройте прямой угол AOC и отметьте внутри него точки M, T, K и G. Постройте точки, симметричные точкам M, T, K и G относительно прямой:
1) OA; 2) OC.

6.114. Постройте треугольник, симметричный треугольнику ABC ($\angle C = 90°$) относительно прямой:
1) AB; 2) BC; 3) AC.

Скачано с сайта www.aversev.by

6.115. Постройте треугольник, симметричный равнобедренному треугольнику MPK с основанием MK относительно прямой:
1) MP; 2) PK; 3) MK.

6.116. Постройте прямоугольник, симметричный прямоугольнику $ABCD$ относительно прямой:
1) AB; 2) BC; 3) AC; 4) BD.

6.117. Постройте квадрат, симметричный квадрату $MPKT$ относительно прямой:
1) KT; 2) MT.

6.118. Постройте ось симметрии угла:
1) острого; 2) прямого;
3) тупого; 4) развернутого.

6.119. Постройте прямую l — ось симметрии отрезка $MP = 10{,}6$ см. Точку пересечения l и MP обозначьте буквой E. Найдите отношение длин отрезков:
1) ME и MP; 2) ME и EP.

6.120. Постройте ось симметрии полуокружности радиусом 4 см с центром в точке O.

6.121. Постройте ось симметрии хорды AB окружности радиусом 3,5 см с центром в точке O.

6.122. Постройте ось симметрии равнобедренного треугольника MKL с основанием ML, если угол K:
1) острый; 2) прямой; 3) тупой.

6.123. Постройте оси симметрии:
1) прямоугольника; 2) квадрата.

6.124.* Сколько рыб в корзинах у двух рыбаков — Толи и Пети, если Толя сказал, что в его корзине половина числа рыб, находящихся в корзине Пети, да еще 10, а Петя утверждает, что в его корзине столько же рыб, сколько у Толи, да еще 20?

Скачано с сайта www.aversev.by

Глава 7

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

7.1. Понятие рационального числа

Все числа, которые мы изучали до сих пор, кроме числа 0, называются ***положительными числами***.

Например, 5; $\frac{7}{9}$; $4{,}23$ — положительные числа.

Перед положительным числом можно поставить знак «+» (плюс), при этом получается то же самое число, т. е.

$$+5 = 5, \quad +\frac{7}{9} = \frac{7}{9}, \quad +4{,}23 = 4{,}23.$$

Положительными числами мы пользуемся давно. Новое название им дали, чтобы отличить их от других чисел — отрицательных.

Рассмотрим, например, шкалу термометра (рис. 50). Часть шкалы вверх от нуля напоминает координатный луч. Числа, которые на ней нанесены, используются для записи показаний термометра, когда температура выше нуля. Так, термометр на рисунке 50, *а* показывает температуру +4° (говорят: *плюс 4 градуса*).

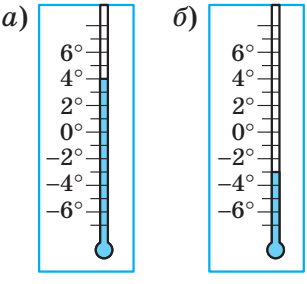


Рис. 50

Но для записи температур ниже нуля приходится вводить новые числа — числа со знаком «−» (минус). Термометр на рисунке 50, *б* показывает температуру −3° (говорят: *минус 3 градуса*).

Скачано с сайта www.aversev.by

Еще пример. Если фирма потерпела убыток 97 миллионов рублей, то в графе «Доход» напишут: −97 миллионов рублей.

Если перед положительным числом поставить знак «−», то получится новое число, которое называется ***отрицательным числом***.

Например, отрицательными числами являются

$$-5,\ -\frac{7}{9},\ -\frac{13}{13},\ -4,23.$$

Число нуль не относится ни к положительным, ни к отрицательным числам. Записи 0, +0, −0 означают одно и то же число нуль.

Любое известное нам положительное число записывается положительной дробью $\frac{m}{n}$, где m и n — натуральные числа. Значит, любое отрицательное число записывается отрицательной дробью $-\frac{m}{n}$.

Положительные обыкновенные дроби, отрицательные обыкновенные дроби и нуль называются ***рациональными числами***.

Объясните, почему среди рациональных чисел находятся все целые числа (например, 37 и −164).

Абу-ль-Вефа (940—997) — арабский математик из Хорасана. В его арифметическом трактате «О том, что нужно знать писцам и дельцам из науки арифметики» идет речь о применении отрицательных чисел. В других арабских рукописях X в. упоминаний отрицательных чисел не найдено.

1. Чем отличаются записи положительного и отрицательного чисел?
2. Является ли нуль положительным числом? отрицательным числом?
3. Какие числа называются рациональными?

Скачано с сайта www.aversev.by

Упражнения

7.1.° Прочитайте числа $+28; -52; -4\frac{2}{3}; -0{,}21; +5\frac{7}{8}; -4{,}58; -11{,}007$ и укажите среди них:
1) натуральные числа;
2) положительные числа;
3) отрицательные числа.

7.2.° Прочитайте и запишите температуру, которую показывает каждый термометр (рис. 51).

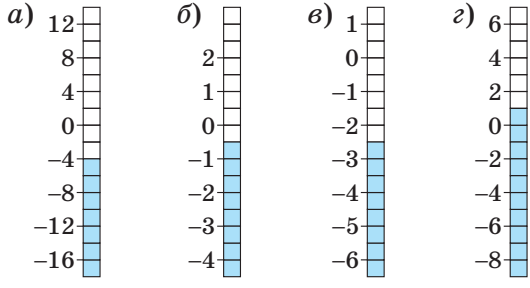


Рис. 51

7.3.° Какие показания будут на каждом из термометров (см. рис. 51), если температура станет:
1) выше на 2 °С; 2) ниже на 4 °С;
3) ниже на 2 °С; 4) выше на 3 °С?

7.4.° Используя знаки «+» или «−», запишите данные о самой низкой или самой высокой температуре:
1) 67,7 °С ниже нуля — в России (Оймякон);
2) 89,2 °С ниже нуля — в Антарктиде (ст. «Восток»);
3) 57,8 °С выше нуля — в Африке (Ливия);
4) 42,2 °С ниже нуля — в Беларуси (Толочин);
5) 50 000 °С выше нуля — в лаборатории;
6) 160 °С ниже нуля — на поверхности Луны.

7.5.° Используя положительные и отрицательные числа, запишите данные о самых высоких и самых низких точках:

Скачано с сайта www.aversev.by

1) 4807 м над уровнем моря — гора Монблан;
2) 345 м над уровнем моря — гора Святая;
3) 395 м ниже уровня моря — зона Мертвого моря;
4) 85 м ниже уровня моря — долина реки Неман.

7.6.° Объясните смысл записей в таблице.

Гора Эльбрус	+5633 м
Гора Джомолунгма	+8848 м
Озеро Байкал	–1620 м
Марианский желоб	–11 022 м

7.7. Запишите в виде неправильной дроби:

1) $+4\frac{2}{3}$; 2) $-10\frac{7}{8}$; 3) $-9\frac{11}{20}$; 4) $+51\frac{3}{4}$.

7.8. Запишите в виде смешанной дроби:

1) $-\frac{48}{11}$; 2) $+\frac{124}{5}$; 3) $-\frac{906}{7}$; 4) $-\frac{788}{9}$.

7.9. Запишите в виде обыкновенной дроби:

1) –0,705; 2) +5,184;
3) –60,025; 4) –16,256.

7.10. Запишите в виде десятичной дроби:

1) $-\frac{311}{5}$; 2) $-\frac{506}{25}$; 3) $+\frac{285}{4}$; 4) $-\frac{911}{8}$.

7.11. Сократите дробь:

1) $-\frac{135}{18}$; 2) $-\frac{912}{160}$; 3) $-\frac{675}{250}$; 4) $+\frac{450}{279}$.

7.12.* В двух бочках было воды поровну. Количество воды в первой бочке вначале уменьшилось на 10 %, а затем увеличилось на 10 %. Количество воды во второй бочке, наоборот, вначале увеличилось на 10 %, а затем уменьшилось на 10 %. В какой бочке воды стало меньше?

Скачано с сайта www.aversev.by

7.13.* Найдите правильную дробь, большую 0,75, которая увеличивается в 3 раза, если ее числитель возвести в квадрат, а знаменатель удвоить.

7.2. Координатная прямая

Отметим на прямой точку O. Эту точку назовем ***началом отсчета***.

Выберем на прямой одно из двух возможных направлений и назовем его ***положительным***. Положительное направление указывают стрелкой. Противоположное направление называют ***отрицательным***.

Для горизонтальной прямой положительное направление выбирают обычно слева направо (рис. 52), для вертикальной — снизу вверх (рис. 53). Но, вообще говоря, и расположение прямой, и направление на ней можно выбрать произвольным образом.

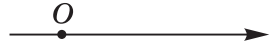


Рис. 52

Рис. 53

Начало отсчета делит прямую на два луча. Тот из них, который идет в положительном направлении, называется ***положительным***, а противоположно направленный называется ***отрицательным***.

Выберем ***единичный отрезок***.

Прямую с выбранным началом отсчета, положительным направлением и единичным отрезком называют ***координатной прямой***.

На координатной прямой можно изобразить как положительные числа и нуль, так и отрицательные числа. Числу 0 соответствует точка O.

Последовательно отложив единичный отрезок от точки O — начала отсчета — на положительном луче (вправо), мы отметим на нем точки 1, 2, 3, 4 и т. д. Анало-

Скачано с сайта www.aversev.by

гично на отрицательном луче последовательно отложим единичный отрезок от точки O влево. Отмеченные при этом точки обозначим числами -1; -2; -3; -4 и т. д. (рис. 54).

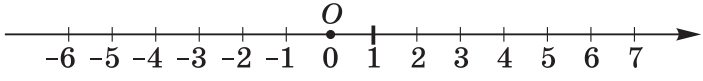


Рис. 54

Напомним, что каждое положительное число можно изобразить на положительном луче. Числу $\frac{8}{3}$, например, соответствует точка K положительного луча; она находится на расстоянии $\frac{8}{3}$ единичного отрезка от точки O (рис. 55).

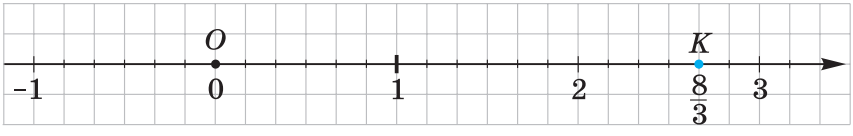


Рис. 55

Точку K называют *точкой с координатой* $\frac{8}{3}$ или *точкой* $\frac{8}{3}$ и пишут $K\left(\frac{8}{3}\right)$.

Аналогично и каждое отрицательное число можно изобразить на отрицательном луче. Например, числу $-\frac{3}{5}$ соответствует точка L отрицательного луча, которая находится на расстоянии $\frac{3}{5}$ единичного отрезка от точки O. Чтобы ее изобразить, надо от точки O в отрица-

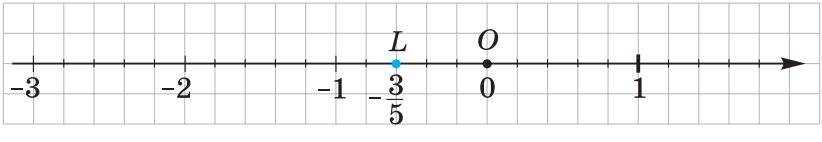


Рис. 56

Скачано с сайта www.aversev.by

тельном направлении отложить отрезок OL длиной $\frac{3}{5}$ единичного отрезка (рис. 56). Точку L называют *точкой с координатой* $-\frac{3}{5}$ или *точкой* $-\frac{3}{5}$ и пишут $L\left(-\frac{3}{5}\right)$.

1. Какую прямую называют координатной прямой?
2. Как получить положительный луч? отрицательный луч?
3. Чему равна координата точки 0 — начала отсчета?
4. Какие числа можно изобразить на положительном луче? на отрицательном луче?

Упражнения

7.14.° На каком из рисунков (рис. 57) изображена координатная прямая?

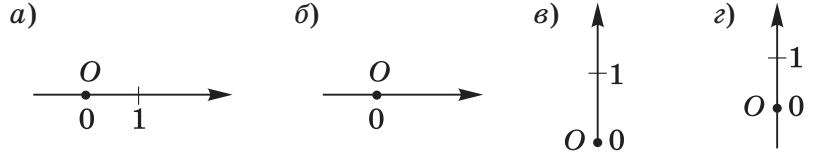


Рис. 57

7.15.° Среди чисел $-1{,}8$; $-4\frac{2}{3}$; $3{,}2$; $\frac{8}{15}$; $1{,}8$; $-\frac{11}{5}$; $-0{,}87$; $0{,}44$; $-3{,}2$ укажите соответствующие точкам координатной прямой, расположенным:
1) правее начала отсчета;
2) на отрицательном луче.

7.16.° Где на координатной прямой относительно начала отсчета расположена точка:
1) $F(-4{,}8)$;
2) $G(+1{,}2)$;
3) $N\left(5\frac{3}{17}\right)$;
4) $Z\left(-\frac{42}{5}\right)$?

Скачано с сайта www.aversev.by

7.17.° Запишите координаты точек, отмеченных буквами на координатной прямой (рис. 58).

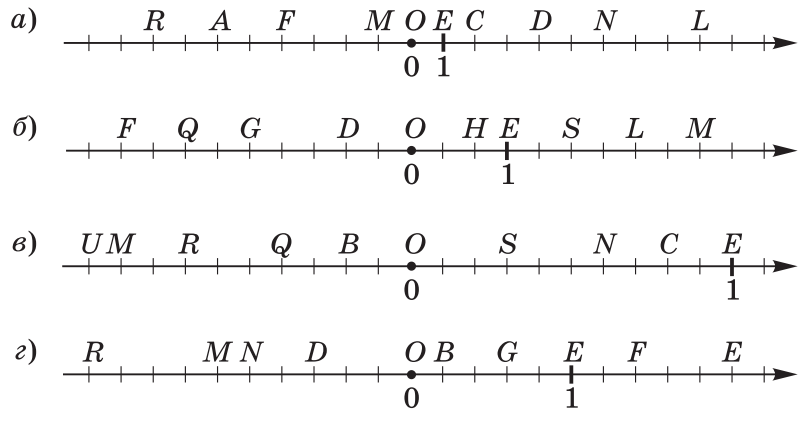


Рис. 58

7.18.° Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок 5 клеток тетради. Отметьте на этой прямой точки с координатами:

1) $-1;\ +\frac{1}{5};\ -1{,}4;\ -2\frac{1}{5};\ +0{,}8;\ -1{,}8;$

2) $-0{,}2;\ -1{,}6;\ +0{,}6;\ -0{,}8;\ +1\frac{2}{5};\ -\frac{3}{5}.$

7.19.° Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок 4 клетки тетради. Отметьте на этой прямой точки с координатами:

1) $-2\frac{1}{2};\ +1\frac{3}{4};\ -1{,}75;\ -0{,}25;\ +\frac{9}{4};$

2) $-1;\ -\frac{3}{4};\ +3\frac{1}{4};\ -0{,}25;\ +1{,}5;\ -\frac{5}{4}.$

7.20.° Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок 8 клеток тетради. Отметьте на этой прямой точки с координатами:

1) $-1;\ -\frac{3}{8};\ -\frac{1}{4};\ +\frac{1}{2};\ -1{,}5;\ +1{,}25;\ -1{,}25;\ +0{,}75;$

2) $-2;\ +0{,}125;\ -1{,}75;\ -0{,}625;\ -\frac{9}{8};\ +1{,}875;\ +0{,}5;\ -\frac{3}{4}.$

Скачано с сайта www.aversev.by

7.21. На координатной прямой отметьте точки с координатами, выбрав удобный единичный отрезок:

1) $+\frac{3}{8}$; $-\frac{1}{8}$; $-\frac{5}{8}$; $+\frac{7}{8}$; -1; $+1\frac{1}{4}$; $-1\frac{1}{2}$;

2) $-\frac{2}{5}$; $-0{,}6$; $-1{,}1$; $+1{,}2$; $+\frac{4}{5}$; $-\frac{1}{2}$; $+1{,}5$.

7.22. Какая из точек расположена на координатной прямой левее:

1) $D(0{,}18)$ или $G\left(-\frac{4}{7}\right)$;

2) $R\left(-\frac{3}{11}\right)$ или $U\left(1\frac{1}{11}\right)$?

7.23. Какая из точек расположена на координатной прямой правее:

1) $A(-45{,}99)$ или $B(0{,}0087)$;

2) $D(2{,}44)$ или $H(-10{,}1)$?

7.24. Укажите порядок, в котором на координатной прямой, считая слева направо, расположены точки $O(0)$, $T(-12{,}7)$, $S(-1)$, $P(+0{,}004)$.

7.25. Укажите одно отрицательное число и одно положительное число, которые расположены на координатной прямой правее точки:

1) $A(-10)$; 2) $B(-5)$; 3) $C(-2)$; 4) $D(-1)$.

7.26. Укажите три числа, расположенных на координатной прямой левее точки:

1) $O(0)$; 2) $S(-1)$; 3) $P(-10)$; 4) $M(-99)$.

7.27. Назовите координаты трех точек, расположенных между точками (рис. 59):

1) Y и L; 2) D и G; 3) G и Y; 4) S и G.

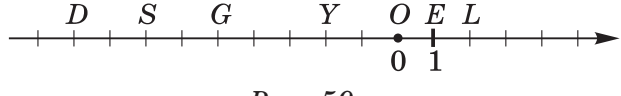


Рис. 59

Скачано с сайта www.aversev.by

7.28. Среди точек $D(-5,6)$; $S\left(-4\frac{1}{6}\right)$; $N(5,6)$; $G(-3,99)$; $F(6,01)$; $H(-4,004)$; $R\left(1\frac{3}{7}\right)$; $L\left(-6\frac{1}{89}\right)$ назовите те, которые расположены между точками с координатами:

1) -6 и 0; 2) 0 и 6;
3) -5 и -3; 4) -4 и 1.

7.29. Назовите координаты трех точек, расположенных между точками:

1) $A(-2)$ и $C(1)$; 2) $K(-1)$ и $C(2)$;
3) $T(-1)$ и $P(1,4)$; 4) $D(-0,8)$ и $G(2)$;
5) $L\left(-2\frac{8}{11}\right)$ и $N\left(-1\frac{9}{11}\right)$;
6) $E(-2)$ и $U(-1)$.

7.30. Какая из точек лежит на координатной прямой между двумя другими:

1) $A(5)$, $D(-0,2)$, $O(0)$; 2) $M(-4)$, $D(-8)$, $O(0)$;
3) $R(-1)$, $S(-2)$, $C(-6)$; 4) $T(-9)$, $E(-0,5)$, $L(-7)$?

7.31.* Через 3 года Нина будет в 3 раза старше, чем 3 года назад. Через 2 года Вера будет в 2 раза старше, чем 2 года назад. Кто из них младше?

7.32.* Сделав первый привал, туристы установили, что процентное отношение пройденной части маршрута и той, что предстоит пройти, равно 40 %. На сколько процентов оставшаяся часть маршрута больше пройденной? Сколько процентов маршрута пройдено?

7.33.* В сборной команде школы по шахматам 13-летние и 17-летние игроки составляют по 10 % всех игроков, по 30 % — 14-летние и 16-летние игроки, еще двум игрокам по 15 лет. Найдите средний возраст игроков сборной.

Скачано с сайта www.aversev.by

7.3. Центральная симметрия

На листе бумаги отмечены точки O и K (рис. 60, *а*). Проведем через эти точки прямую (рис. 60, *б*) и по другую сторону от точки O отложим на этой прямой отрезок OK_1, равный отрезку OK (рис. 60, *в*). Точки K и K_1 называются ***симметричными относительно точки O***. Если точку K повернуть вокруг точки O на 180°, то она совместится с симметричной ей точкой K_1 (см. рис. 60, *в*).

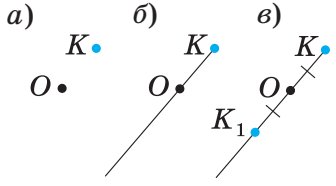


Рис. 60

На рисунке 61, *а* изображены две фигуры — Φ и Φ_1 и точка O. Мы видим, что если фигуру Φ повернуть вокруг точки O на 180°, то она совместится с фигурой Φ_1 (рис. 61, *б*). При этом точка O называется ***центром симметрии***, а фигуры Φ и Φ_1 — ***симметричными относительно точки O***.

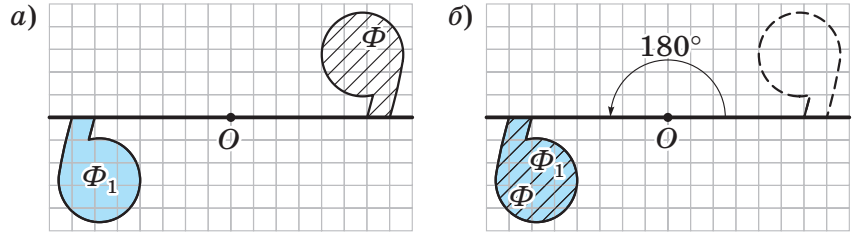


Рис. 61

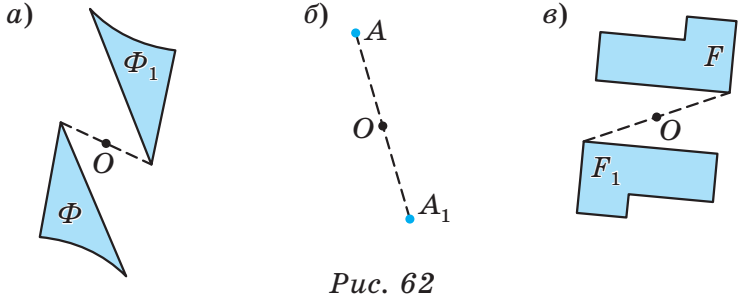


Рис. 62

Скачано с сайта www.aversev.by

На рисунке 62 изображены другие пары фигур, симметричных относительно точки O (в том числе симметричные точки).

На рисунке 63 показано, как построить треугольник, симметричный данному треугольнику ABC относительно точки O. Для этого строят точки A_1, B_1, C_1, симметричные вершинам треугольника ABC относительно точки O, и соединяют их отрезками.

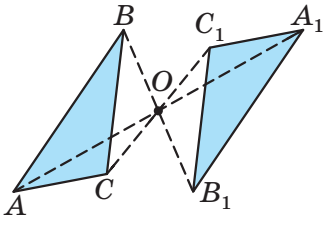


Рис. 63

На рисунке 64 изображены фигура Φ и точка O. Мы видим, что для каждой точки A фигуры Φ есть точка A_1 этой фигуры, симметричная точке A относительно точки O. Поэтому, если повернуть фигуру Φ на 180° вокруг точки O, то она совместится с собой. Точка O называется ***центром симметрии фигуры***, а фигура Φ — ***симметричной относительно точки O***. Фигура, имеющая центр симметрии, называется ***центрально-симметричной***.

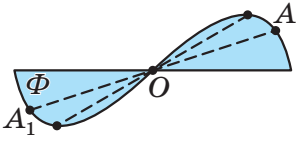


Рис. 64

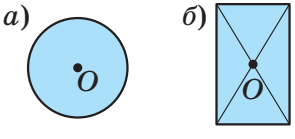


Рис. 65

Примерами центрально-симметричных фигур могут служить круг и прямоугольник (рис. 65).

1. Как построить точку K_1, симметричную точке K относительно точки O?
2. Приведите примеры:
   а) центрально-симметричных фигур;
   б)* фигур, которые имеют и ось симметрии, и центр симметрии.

Скачано с сайта www.aversev.by

Упражнения

7.34. Укажите, на каком из рисунков (рис. 66) изображены точки M и K, симметричные относительно точки O. Ответ обоснуйте.

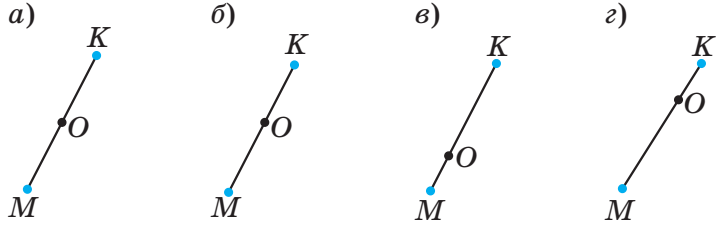


Рис. 66

7.35.° Назовите буквы белорусского и латинского алфавитов, а также цифры, изображения которых могут иметь центр симметрии.

7.36. На координатной прямой (рис. 67) отмечены точки O, A, B, C, D, E, F, G, M, N, T, Q и S. Назовите пары точек, симметричных относительно точки с координатой:

1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) –2.

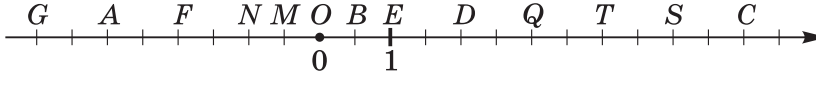


Рис. 67

7.37.* Среди точек $F(-5{,}5)$; $D(-4{,}5)$; $R(-3)$; $S(-2{,}5)$; $T(-0{,}5)$; $H(2{,}5)$; $A(3{,}5)$; $N(4{,}5)$; $B(5{,}5)$; $U(6{,}5)$ укажите пары точек, симметричных относительно:

1) начала отсчета; 2) точки $E(1)$;

3) точки $Q(-1)$; 4) точки $T(-0{,}5)$.

7.38.° Изобразите рисунок 68 в тетради и постройте точки, симметричные точкам E, C, M, B и A относительно точки O.

Скачано с сайта www.aversev.by

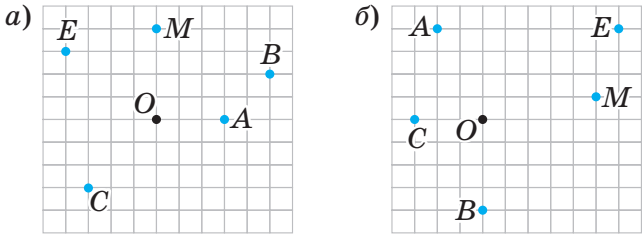


Рис. 68

7.39. На координатной прямой отметьте точки $A(2{,}5)$ и $B(5)$ и постройте отрезок, симметричный отрезку AB относительно точки:
1) $O(0)$; 2) $B(5)$; 3) $P(3)$; 4) $F(4{,}5)$.

7.40. На координатной прямой отметьте точки $A(-2)$ и $B(4)$ и постройте отрезок, симметричный отрезку AB относительно точки:
1) $O(0)$; 2) $M(-1)$.

7.41. Изобразите прямую l и отметьте на ней три точки M, R и D так, чтобы точки:
1) M и R были симметричны относительно D;
2) D и M были симметричны относительно R.

7.42. Изобразите прямой угол AOC и отметьте внутри него точки G и K. Постройте угол, симметричный углу AOC относительно точки:
1) G; 2) K; 3) O; 4) A.

7.43.° Постройте отрезок, симметричный отрезку NT относительно точки K, которая не принадлежит отрезку NT.

7.44. Постройте треугольник, симметричный равнобедренному треугольнику MPK с основанием MP относительно точки:
1) M; 2) P; 3) K.

Скачано с сайта www.aversev.by

7.45.* Изобразите равносторонний треугольник DFG и соедините отрезком каждую из его вершин с серединой противолежащей стороны, обозначив точку пересечения отрезков буквой M. Постройте треугольник, симметричный треугольнику DFG относительно точки M.

7.46. Постройте прямоугольник $ABCD$ и прямоугольник, симметричный ему относительно точки:
1) A; 2) C;
3) M — середины AD; 4) K — середины BD.

7.47. На отрезке AC длиной 11,6 см отметьте точку B, являющуюся центром симметрии отрезка AC, и точку P — центр симметрии отрезка BC. Найдите длину отрезка:
1) BP; 2) AP.

7.48.* Отметьте L — центр симметрии хорды MK в окружности радиусом 3 см с центром O. Постройте:
1) окружность, симметричную данной относительно точки L;
2) хорду, центрально-симметричную хорде MK относительно точки O.

7.49.* Из полного бака емкостью 13 л надо отлить 7 л яблочного сока, пользуясь двумя банками емкостью 4 л и 9 л. Как это сделать?

7.4. Противоположные числа

Рассмотрим числа $-19{,}2$ и $19{,}2$. Они отличаются только знаком. Такие числа называют противоположными. Например, противоположными числами являются: 7 и -7; $\frac{5}{8}$ и $-\frac{5}{8}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

Два числа, отличающиеся только знаком, называются *противоположными друг другу*.
Число 0 противоположно само себе.

Каждое число имеет единственное противоположное. Число, противоположное отрицательному числу, положительно.

Изобразим на координатной прямой точки с координатами −3,5 и 3,5 (рис. 69). Они расположены на одинаковом расстоянии 3,5 единицы длины от начала отсчета — точки O, но в противоположных направлениях. Это и означает, что числа −3,5 и 3,5 противоположны друг другу.

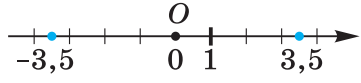


Рис. 69

Так как точки −3,5 и 3,5 на координатной прямой одинаково удалены от точки O, то они симметричны относительно точки O. Вообще,

точки, изображающие на координатной прямой противоположные числа, симметричны относительно начала отсчета.

Мы знаем, что если перед положительным числом или нулем поставить знак «+», то получится число, равное данному. А если поставить знак «−», то получится число, противоположное данному.

Так, если перед числом 3 поставить знак «+», то получится +3, а +3 = 3. А если перед числом 3 поставить знак «−», то получится −3, а число −3 противоположно числу 3. Аналогично

будем считать, что если перед отрицательным числом поставить знак «+», то получится число, равное данному, а если поставить знак «−», получится число, противоположное данному.

Скачано с сайта www.aversev.by

Например, если перед числом -3 поставить знак «+», то получится $+(-3)$, причем $+(-3) = -3$. А если перед числом -3 поставить знак «−», то получится $-(-3)$. Число $-(-3)$ противоположно числу -3. Числу -3 противоположно единственное число 3, поэтому $-(-3) = 3$. Итак, $+(-3) = -3$; $-(-3) = 3$.

Натуральные числа, противоположные им числа и нуль называются *целыми числами*.

1. Какие два числа называются противоположными друг другу?
2. Сколько противоположных чисел имеет положительное число? отрицательное число? нуль?
3. Какой знак имеет число, противоположное положительному числу? отрицательному числу?
4. Как расположены относительно начала отсчета две точки, изображающие противоположные числа?
5. Какие числа называются целыми?

Упражнения

7.50.° Среди чисел 1200, $-120\,000$, $-12\,000$, -1200, $12\,000$, $120\,000$ укажите пары противоположных.

7.51.° Какие из чисел $-25{,}4$; -65; $98{,}4$; 66; 0; $-5\frac{2}{9}$; $18\frac{11}{20}$; -48; $508{,}01$; 9816 являются: а) целыми; б) целыми положительными; в) целыми отрицательными; г) неположительными?

7.52.° Назовите точку (рис. 70), координата которой противоположна координате точки:

1) C; 2) R; 3) T;
4) D; 5) H; 6) A.

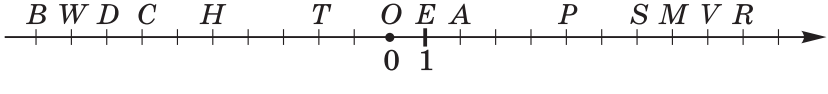


Рис. 70

Скачано с сайта www.aversev.by

7.53.° Назовите пары точек (рис. 71), координаты которых являются противоположными числами; укажите эти числа.

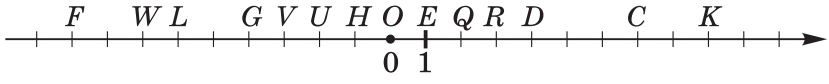


Рис. 71

7.54. На координатной прямой отметьте точку, координата которой противоположна числу:

1) $+2\frac{1}{3}$; 2) $1\frac{2}{3}$; 3) $-3\frac{1}{3}$; 4) $-\frac{2}{3}$.

Вычислите **(7.55—7.57).**

7.55. 1) $-(-10)$; 2) $-\big(-(+7)\big)$;
3) $-\big(-(-2)\big)$; 4) $-\big(-(-14,2)\big)$.

7.56. 1) $-\big(-(+15)\big)-\Big(-\big(-(-(-15))\big)\Big)$;
2) $-(-1,5)+\Big(-\big(-(-(-15))\big)\Big)$.

7.57. 1) $-\Big(-\big(-(-(+66,08))\big)\Big)+\Big(-\big(-(-(-0,76))\big)\Big)$;
2) $-\Big(-\big(-\big(-(-(-12,4))\big)\big)\Big)-\Big(-\big(-(-(-0,982))\big)\Big)$.

7.58. Найдите значение выражения $-a$, если a равно:

1) $-\left(-5\frac{3}{16}\right)$; 2) $-\left(+91\frac{1}{7}\right)$;
3) $-\left(-\left(+36\frac{7}{15}\right)\right)$; 4) $-\big(-(-5,9)\big)$.

7.59. Найдите значение $-(-b)$, если b равно:

1) $-\left(-22\frac{8}{15}\right)$; 2) $-\left(-\left(+34\frac{3}{4}\right)\right)$;
3) $-\left(-\left(-60\frac{3}{7}\right)\right)$; 4) $-\left(-\left(-\left(-86\frac{2}{5}\right)\right)\right)$.

Скачано с сайта www.aversev.by

7.60. Отметьте точку с координатой m, если:

1) $m = -\left(-\left(-\left(-\left(+\frac{1}{3}\right)\right)\right)\right)$;

2) $m = -\left(-\left(-\left(-\left(-2\frac{1}{3}\right)\right)\right)\right)$.

7.61. Найдите а) сумму и б) разность чисел:

1) $-(-5{,}82)$ и $-(-2{,}09)$;

2) $-\big(-(+108{,}6)\big)$ и $-(-62{,}84)$;

3) $-\left(-\left(+15\frac{7}{12}\right)\right)$ и $-\left(-12\frac{3}{4}\right)$;

4) $-\left(-\left(+2\frac{1}{3}\right)\right)$ и $-\left(-\left(-\left(-1\frac{8}{15}\right)\right)\right)$.

7.62. Найдите произведение чисел:

1) $-(-4{,}5)$ и $-(-40)$;

2) $-(-0{,}32)$ и $-\big(-(+12{,}5)\big)$;

3) $-\left(-\left(+3\frac{3}{8}\right)\right)$ и $-\left(-1\frac{7}{9}\right)$;

4) $-\big(-\big(-(-2{,}79)\big)\big)$ и $-\big(-(+4{,}5)\big)$.

7.63. Найдите частное чисел:

1) $-(-16{,}2)$ и $-(-0{,}4)$;

2) $-(-57{,}4)$ и $-\big(-(+8{,}2)\big)$;

3) $-\left(-9\frac{3}{11}\right)$ и $-\left(-\left(+5\frac{1}{11}\right)\right)$;

4) $-\left(-\left(+8\frac{2}{3}\right)\right)$ и $-\big(-\big(-(-1{,}3)\big)\big)$.

7.64. Найдите значение выражения $1{,}2 \cdot a + 4{,}05$ при:

1) $a = -(-5{,}3)$;

2) $a = -\big(-(+4{,}5)\big)$;

3) $a = -\big(-\big(-(-2{,}5)\big)\big)$.

4) $a = -\big(-\big(-\big(-(+12{,}85)\big)\big)\big)$.

Скачано с сайта www.aversev.by

7.65.* Используя понятие числа, противоположного данному, решите уравнение:

1) $-x = -(-5)$; 2) $-y = -(+22)$;

3) $-y - 4 = 22$; 4) $-x : 2 = 8$.

7.66.* В гимназии каждый изучает хотя бы один из двух иностранных языков, причем 85 % изучают английский язык, а 75 % — испанский. Какая часть гимназистов изучает оба эти языка?

7.5. Модуль числа

Модулем положительного числа называется само это число.

Модулем отрицательного числа называется противоположное ему число.

Модуль нуля равен нулю.

Модуль числа a обозначается $|a|$.

Таким образом,

$|a| = a$, если число a положительное;
$|a| = -a$, если число a отрицательное;
$|a| = 0$, если $a = 0$.

Например, $\left|\frac{2}{3}\right| = \frac{2}{3}$; $\left|-\frac{2}{3}\right| = \frac{2}{3}$; $|0| = 0$.

Модули противоположных чисел равны.

Например, $\left|\frac{9}{5}\right| = \left|-\frac{9}{5}\right| = \frac{9}{5}$.

Если число не равно нулю, то его модуль положителен.

Расстояние от точки $C\left(-\frac{7}{4}\right)$ до точки O (рис. 72) равно $\frac{7}{4}$, и $\left|-\frac{7}{4}\right| = \frac{7}{4}$. Расстояние от точки $D\left(\frac{7}{4}\right)$ до точки O (см. рис. 72) равно $\frac{7}{4}$, и $\left|\frac{7}{4}\right| = \frac{7}{4}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

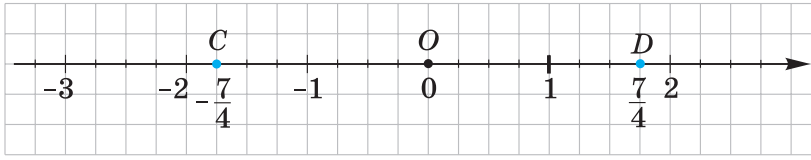


Рис. 72

Вообще,

модуль числа равен расстоянию от точки, изображающей это число на координатной прямой, до начала отсчета.

Слово ***модуль*** происходит от латинского слова *modulus* — мера.

Пример. Решить уравнения:

а) $|z| + 5{,}3 = 7{,}1$; б) $|z| + 2 = 1{,}7$;

в) $|z| : \frac{2}{3} = 5$; г) $7{,}4 - |z| = \frac{37}{5}$.

Решение.

а) Находим неизвестное слагаемое: $|z| = 7{,}1 - 5{,}3$, откуда $|z| = 1{,}8$, значит, $z = 1{,}8$ или $z = -1{,}8$.

б) $|z| = 1{,}7 - 2$, откуда $|z| = -0{,}3$.

Поскольку модуль числа не может быть отрицательным числом, то уравнение не имеет корней.

в) Находим неизвестное делимое: $|z| = 5 \cdot \frac{3}{2}$, откуда $|z| = 7{,}5$, значит, $z = 7{,}5$ или $z = -7{,}5$.

г) Находим неизвестное вычитаемое: $|z| = 7{,}4 - \frac{37}{5}$, откуда $|z| = 0$, значит, $z = 0$.

Ответ: а) $-1{,}8$; $1{,}8$; б) нет корней; в) $-7{,}5$; $7{,}5$; г) 0.

Скачано с сайта www.aversev.by

1. Что называется модулем: а) положительного числа; б) отрицательного числа; в) нуля?
2. Чему равен модуль числа?
3. Может ли модуль числа быть: а) положительным числом; б) отрицательным числом; в) нулем?
4.* Может ли быть положительным значение выражения: а) $-t$; б) $-|t|$; в) $|t| - t$; г) $t - |t|$?

Упражнения

7.67.° На каком расстоянии от начала отсчета находится точка:

1) $A(-218)$; 2) $R(+784)$;
3) $D(15{,}83)$; 4) $G(-508{,}4)$?

7.68.° Назовите числа, которые на координатной прямой находятся от начала отсчета на расстоянии, равном:

1) 8; 2) 12; 3) 114,9; 4) 65,73.

7.69.° Модули каких из данных чисел равны: –55555; +5555; +555555; +55555; –555555; –5555; 5555555; –55555555?

7.70.° Найдите модуль числа:

1) 5; –2,8; $9\frac{12}{25}$; –10,09;

2) –8; 9,7; –5,83; $-1\frac{5}{16}$.

7.71.° Отметьте на координатной прямой точки с координатами, модуль которых равен:

1) 3; 2) 2,5; 3) $3\frac{1}{2}$;

4) 4; 5) 0; 6) $\frac{3}{4}$.

7.72.° Сравните модули чисел:

1) –15,09 и 0; 2) 36,2 и –36,2;
3) –48,2 и 25,7; 4) 107,5 и –770,9.

Скачано с сайта www.aversev.by

7.73. Вычислите:

1) $|-17{,}96| + |+17{,}96|$; 2) $|-7{,}2| - |+5{,}9|$;

3) $|-32{,}8| : |-1{,}4|$; 4) $|+7{,}28| : |-7{,}28|$.

7.74. Найдите:

1) сумму модулей чисел $-11{,}8$ и $+4{,}16$;

2) разность модулей чисел 18 и $-15{,}6$;

3) модуль произведения чисел 23,8 и 0,8;

4) модуль частного чисел 81,9 и 0,91.

7.75. Найдите модуль числа:

1) $-\big(-(-8)\big)$; 2) $-\big(-(+48)\big)$;

3) $-\big(-\big(-(+57{,}6)\big)\big)$; 4) $-\Big(-\big(-\big(-\big(-(+44{,}9)\big)\big)\big)\Big)$.

7.76. Найдите значение выражения $4 \cdot |m| - |n|$, если:

1) $m = 3\frac{1}{4}$; $n = -5$; 2) $m = -\frac{9}{4}$; $n = -\frac{4}{9}$;

3) $-m = 0{,}85$; $n = 2{,}8$; 4) $-m = 6{,}25$; $n = -4{,}08$.

Решите уравнение **(7.77—7.78)**.

7.77.* 1) $|y| = 25{,}64$; 2) $|y| - 8{,}2 = 11{,}6$;

3) $|x| + 4\frac{2}{5} = 4{,}4$; 4) $\frac{43}{2} - |x| = 21{,}5$.

7.78.* 1) $9\frac{1}{11} \cdot |z| = \frac{100}{11}$; 2) $8\frac{6}{25} : |y| = 8{,}24$;

3) $|-t| : 22{,}75 = 0$; 4) $2 \cdot |-x| = 26\frac{4}{7}$.

7.79.* Координаты точек $A(a)$, $B(b)$, $C(c)$ — отрицательные числа. Какая из этих точек лежит на координатной прямой между двумя другими, если:

1) $|a| = 8$, $|b| = 12$, $|c| = 6$;

2) $|a| = 1$, $|b| = 68$, $|c| = 4$;

3) $|a| = 31$, $|b| = 22$, $|c| = 15$;

4) $|a| = 32$, $|b| = 34$, $|c| = 18$?

Скачано с сайта www.aversev.by

7.80.* Координаты точек $M(m)$, $N(n)$, $P(p)$ — отрицательные числа. Какая из этих точек лежит на горизонтальной координатной прямой правее двух других, если:

1) $|m| = 14$, $|n| = 17$, $|p| = 11$;
2) $|m| = 28$, $|n| = 25$, $|p| = 29$;
3) $|m| = 5{,}5$, $|n| = 5{,}8$, $|p| = 5{,}6$;
4) $|m| = 8{,}2$, $|n| = 8{,}6$, $|p| = 8{,}5$?

7.81.* Масса 4 гвоздей, 5 шурупов и 8 болтов — 133 г, а 2 гвоздей, 3 шурупов и 4 болтов — 67 г. Какова масса 3 гвоздей, 7 шурупов и 6 болтов?

7.6. Сравнение чисел

Положительные числа можно сравнивать с помощью координатного луча, например, $\frac{2}{5} < \frac{5}{4}$ (рис. 73).

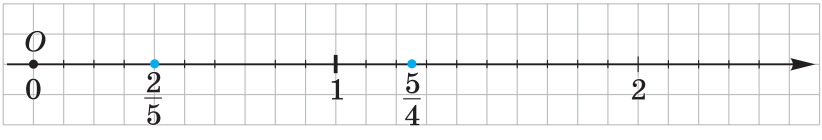


Рис. 73

Для сравнения с помощью координатной прямой любых чисел пользуются таким же правилом:

из двух чисел меньше то, которое изображается на горизонтальной координатной прямой левее, а больше то, которое на ней правее.

Из этого правила следуют свойства, которыми пользуются, когда сравнивают числа.

Отрицательные числа на координатной прямой расположены левее нуля и левее положительных чисел.

Скачано с сайта www.aversev.by

Поэтому

любое отрицательное число меньше нуля и меньше любого положительного числа.

Например, $-7 < 0$; $-7 < 0{,}5$.

Положительные числа на координатной прямой расположены правее нуля и правее отрицательных чисел.

Поэтому

любое положительное число больше нуля и больше любого отрицательного числа.

Например, $3{,}5 > 0$; $3{,}5 > -\frac{21}{4}$.

Нуль на координатной прямой расположен правее отрицательных чисел и левее положительных чисел.

Поэтому

нуль больше любого отрицательного числа и меньше любого положительного числа.

Например, $0 > -13$; $0 < 1{,}2$.

Остается заметить, что чем больше модуль отрицательного числа t, тем больше расстояние от точки t до точки O, тем левее его изображение на координатной прямой. Поэтому

из двух отрицательных чисел меньше то, у которого модуль больше, и больше то, у которого модуль меньше.

Например, $-7 < -0{,}1$; $-7 > -9$, поскольку $|-7| > |-0{,}1|$ и $|-7| < |-9|$.

1. Сформулируйте правило сравнения двух чисел.
2. Сравните нуль с числами: а) отрицательными; б) положительными.
3. Сравните отрицательное число с положительным.
4. Как сравнить два отрицательных числа?

Скачано с сайта www.aversev.by

Упражнения

7.82. Сравните с числом -1 число:

1) $-\frac{7}{16}$; 2) $-\frac{32}{31}$; 3) $-1{,}05$; 4) $-0{,}98$.

7.83. Сравните с числом -99 число:

1) -100; 2) -98;

3) $-\frac{99}{100}$; 4) $-99\frac{1}{99}$.

7.84. Среди чисел -999; $-1000{,}1$; $-1000\frac{3}{7}$; $-99\,999$; $-100\,000$; $-1000{,}001$ назовите расположенные на горизонтальной координатной прямой относительно числа -1001: 1) левее; 2) правее.

7.85.° Замените символ $\star$ соответствующим знаком «>» или «<»:

1) $0 \star 0{,}0088$; 2) $-0{,}0088 \star 0$;

3) $-8{,}09 \star 8{,}09$; 4) $47{,}6 \star -47{,}6$.

7.86.° С помощью знака «>» запишите результат сравнения чисел:

1) $2{,}65$ и $14{,}26$; 2) $0{,}6006$ и $0{,}606$;

3) $\frac{26}{53}$ и $-\frac{26}{37}$; 4) $7\frac{11}{12}$ и $7\frac{11}{15}$.

7.87.° С помощью знака «<» запишите результат сравнения чисел:

1) $-9\frac{1}{11}$ и $-1\frac{9}{11}$; 2) $-\frac{19}{44}$ и $-\frac{21}{44}$;

3) $-\frac{26}{35}$ и $-\frac{26}{37}$; 4) $-5\frac{11}{12}$ и $-5\frac{11}{15}$.

7.88. Известно, что числа m и n — положительные, а числа c и p — отрицательные. Сравните числа:

1) c и m; 2) n и p;

3) m и p; 4) n и c.

Скачано с сайта www.aversev.by

7.89. Между какими последовательными целыми числами координатной прямой лежит число:

1) $-0{,}67$; 2) $-43{,}78$;

3) $-18\frac{1}{9}$; 4) $-87\frac{4}{7}$?

7.90. Какие целые числа расположены на координатной прямой между числами:

1) $-3{,}8$ и 0; 2) $-6{,}15$ и $0{,}7$;

3) $-8{,}9$ и $-2{,}1$; 4) $-4{,}11$ и $-0{,}25$;

5) $-19{,}4$ и $-18{,}9$; 6) $-1{,}48$ и $-0{,}63$?

7.91.* Сравните числа:

1) $-(-4{,}6)$ и $-(+4{,}6)$;

2) $-(+22{,}9)$ и $-(-20{,}9)$;

3) $-\big(-(-594)\big)$ и $-\big(-(+5{,}94)\big)$;

4) $-\Big(-\big(-(+54{,}3)\big)\Big)$ и $-\Big(-\big(-(-544)\big)\Big)$.

7.92. Запишите три числа, расположенные между числами:

1) -1 и 3; 2) -3 и 1;

3) -1 и 0; 4) -10 и -9.

7.93. Между какими последовательными целыми числами расположена дробь:

1) $-2{,}7$; 2) $-62{,}7$; 3) $-\frac{25}{48}$; 4) $-\frac{98}{9}$?

7.94. Назовите наибольшее и наименьшее из чисел:

1) $-19{,}83$; $\frac{7}{12}$; $-1\frac{5}{12}$;

2) $-25\frac{3}{4}$; $-25{,}7$; $0{,}0005$;

3) $-100{,}7$; $-100\frac{1}{2}$; $-\frac{503}{5}$;

4) -999; $-999\frac{1}{999}$; $-999{,}9$.

Скачано с сайта www.aversev.by

7.95. Запишите числа в порядке возрастания:

1) 9999,99; –99 999,9; –999,999; 9,99; –99,9999; –999,9;

2) –0,1; –0,001; –0,00001; –0,01; –0,0001; –0,000001;

3) $-12\frac{11}{12}$; 12; $-\frac{7}{12}$; $12\frac{5}{12}$; $12\frac{7}{12}$; $-12\frac{1}{12}$; $\frac{5}{12}$;

4) $-\frac{1}{11}$; $-\frac{1}{16}$; $-11\frac{1}{16}$; $-1\frac{11}{16}$; $-16\frac{11}{16}$; $-\frac{16}{11}$; $-\frac{11}{16}$.

7.96. Сравните числа:

1) –3,21 и $-3\frac{1}{21}$;

2) $-1\frac{1}{5}$ и –1,15;

3) $-8\frac{5}{7}$ и –8,57;

4) $-\frac{9}{11}$ и –0,911.

Вместо символа ★ вставьте цифру, чтобы неравенство было верным **(7.97—7.98).**

7.97.* 1) $-4\frac{★}{15} < -4\frac{2}{15}$;

2) $-16\frac{2}{5} < -16\frac{2}{★}$;

3) $-2\frac{★}{8} < -★\frac{★}{8}$;

4) $-★\frac{1}{5} < -★\frac{1}{★}$.

7.98.* 1) –★,788 > –2,789;

2) $-\frac{1}{2} >$ –0,★;

3) –7,★25 > –7,225;

4) –1★,444 > –14,4★9.

7.99. Какая из точек $A(-5{,}8)$; $D\left(-5\frac{3}{5}\right)$; $E\left(-5\frac{8}{15}\right)$ горизонтальной координатной прямой лежит:

1) между двумя другими;

2) левее двух других;

3) правее двух других;

4) ближе к началу отсчета?

Скачано с сайта www.aversev.by

7.100.* Изобразите на координатной прямой точки $A(a)$ и $B(b)$, если $|a| < |b|$ и:

1) $a < 0,\ b < 0$; 2) $a > 0,\ b > 0$;

3) $a > 0,\ b < 0$; 4) $a < 0,\ b > 0$.

7.101.* Числа a и b — положительные и $|a| < |b|$. Сравните:

1) a и b; 2) a и $-b$;

3) $-a$ и b; 4) $-a$ и $-b$.

7.102.* Числа a и b — отрицательные и $|a| < |b|$. Сравните:

1) a и b; 2) a и $-b$;

3) $-a$ и b; 4) $-a$ и $-b$.

7.103.* Найдите числа a и b, если $|a| = |b| = 8$ и:

1) $a < b$; 2) $a > b$.

7.104.* Найдите число a, если $|a| = |b|$, $a < b$ и:

1) $b = 12$; 2) $b = 0{,}607$;

3) $|b| = 45{,}22$; 4) $|a| = 36{,}4$.

7.105.* Число a меньше числа b. Верно ли, что:

1) $-a < b$; 2) $a > -b$;

3) $-a > -b$; 4) $|a| < |b|$?

7.106.* Каждый десятый математик — философ. Каждый сотый философ — математик. Кого больше: философов или математиков?

Скачано с сайта www.aversev.by

Глава 8

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

8.1. Сложение рациональных чисел

Рассмотрим несколько ситуаций, которые помогут понять правила, по которым складываются рациональные числа.

Улитка сидит на горизонтальной ветке у листка (рис. 74). В какой-то момент времени она начинает ползти по ветке. Ее перемещение вправо будем считать положительным и обозначать положительными числами, а перемещение влево будем считать отрицательным и обозначать отрицательными числами.

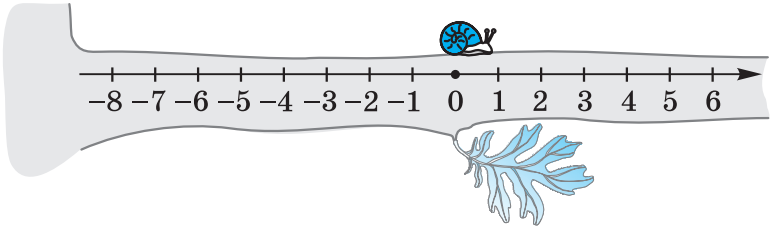


Рис. 74

1. Где находится улитка по отношению к листку, если она проползла 2 см вправо и еще 3 см вправо?

Такие задачи решаются сложением:

$$(+2) + (+3) = +5,$$

т. е. улитка находится в 5 см *справа* от листка.

Скачано с сайта www.aversev.by

2. Где находится улитка по отношению к листку, если она проползла 2 см влево и еще 3 см влево?

Ясно, что, перемещаясь на 2 см влево и еще на 3 см влево, улитка оказалась в 5 см *слева* от листка. Это естественно записать так:

$$(-2) + (-3) = -5.$$

Как мы получили этот результат? Сложили 2 и 3 и перед суммой поставили знак «–». Вообще,

чтобы сложить два отрицательных числа, нужно сложить их модули и перед суммой поставить знак «–».

3. Где находится улитка по отношению к листку, если она проползла 3 см влево и еще 5 см вправо?

Ясно, что, перемещаясь на 3 см влево и еще на 5 см вправо, улитка оказалась в 2 см *справа* от листка. Это естественно записать так:

$$(-3) + (+5) = +2.$$

Как мы получили этот результат? Из 5 вычли 3 и перед разностью поставили знак «+».

4. Где находится улитка по отношению к листку, если она проползла 3 см вправо и еще 5 см влево?

Ясно, что, перемещаясь на 3 см вправо и еще на 5 см влево, улитка оказалась в 2 см *слева* от листка. Это естественно записать так:

$$(+3) + (-5) = -2.$$

Как мы получили этот результат? Из 5 вычли 3 и перед разностью поставили знак «–».

Из ситуаций 3 и 4 делаем вывод:

чтобы сложить два числа с разными знаками и разными модулями, нужно из большего модуля вычесть меньший модуль и перед разностью поставить знак числа, модуль которого больше.

Скачано с сайта www.aversev.by

Этим правилом пользуются, когда знаки слагаемых разные и один из их модулей больше, а другой — меньше. А что, если модули слагаемых равны, т. е. если числа противоположные?

5. Где находится улитка по отношению к листку, если она проползла 3 см вправо и еще 3 см влево?

Ясно, что улитка вернулась на прежнее место. Это естественно записать так:

$$(+3) + (-3) = 0.$$

Вообще,

сумма противоположных чисел равна нулю.

Формулой это свойство записывается так:

$$a + (-a) = 0$$

Правило сложения с нулем для любых чисел записывается так:

$$a + 0 = a, \quad 0 + a = a$$

Пример. Используя координатную прямую, найти:
а) $3 + (-7)$; б) $(-5) + 9 + (-2)$.

Решение. а) На рисунке 75 видно, что при перемещении (например, кончика карандаша) от точки O на 3 единицы вправо попадаем в точку $A(3)$. При перемещении от точки $A(3)$ на -7, т. е. на 7 единиц влево, попадаем в точку $B(-4)$.

Значит, $3 + (-7) = -4$.

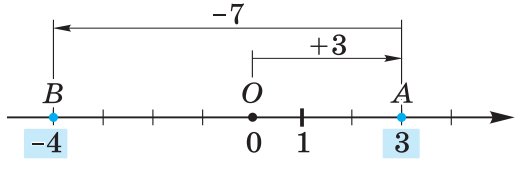


Рис. 75

Скачано с сайта www.aversev.by

б) По рисунку 76 поясните, почему $(-5) + 9 + (-2) = +2$.

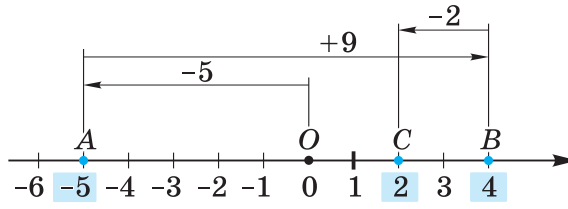


Рис. 76

Ответ: а) -4; б) $+2$.

Числа, которые складывали в рассмотренных ситуациях, были целыми. Их сумма также получилась целым числом. Вообще,

сумма двух целых чисел является целым числом.

1. Как сложить два отрицательных числа?
2. Как сложить два числа с разными знаками и разными модулями?
3. Чему равна сумма двух противоположных чисел?
4. Чему равна сумма данного числа и числа 0?
5.* Если в сумме двух чисел каждое слагаемое заменить противоположным ему числом, то будет ли полученная сумма противоположна исходной сумме?

Упражнения

8.1.° Какую координату будет иметь точка, полученная при перемещении от точки $A(+4)$ по горизонтальной координатной прямой на:

1) 2 единицы вправо; 2) 2 единицы влево;
3) 4 единицы влево; 4) 4 единицы вправо;
5) 54 единицы вправо; 6) 54 единицы влево?

8.2.° Какую координату будет иметь точка, полученная при перемещении от точки $M(-4)$ по горизонтальной координатной прямой на:

1) 4 единицы влево; 2) 4 единицы вправо;
3) 15 единиц вправо; 4) 15 единиц влево?

Скачано с сайта www.aversev.by

8.3.° Какую координату имеет точка C, если после перемещения от нее по горизонтальной координатной прямой на 10 единиц вправо получена точка с координатой:
1) +10; 2) 0; 3) –5; 4) –10?

8.4. Какую координату имеет точка C, если после перемещения от нее по горизонтальной координатной прямой на 10 единиц влево получена точка с координатой:
1) 0; 2) –5; 3) –10; 4) –20?

8.5. Объясните с помощью координатной прямой, как найти результат сложения числа –15 с числом:
1) +12; 2) 0; 3) –12; 4) –22.

8.6.° Вычислите:
1) –12 + 0; 2) 0 + (–68);
3) –24 + (+24); 4) 85 + (–85).

8.7.° Укажите число, модуль которого больше:
1) –17,58 и 9,999; 2) –89,88 и +98,99;
3) 64,007 и –622,48; 4) +97,086 и –97,806.

8.8.° Найдите сумму целых чисел:
1) +519 и –326; 2) +1008 и –998;
3) –65 007 и +87 664; 4) +509 907 и –4086.

8.9.° Вычислите:
1) (–57,11) + (+22,8);
2) (+156,1) + (–116,05);
3) (–0,4832) + (+0,0485);
4) (+0,876) + (–12,5504).

8.10.° Найдите сумму чисел:
1) –591,5 + (–108,9);
2) –312,7 + (–587,3);
3) –18,642 + (–0,4806);
4) –5,048 + (–0,4507).

Скачано с сайта www.aversev.by

8.11. Найдите сумму дробей:

1) $-5\frac{2}{7}$ и $-6\frac{4}{21}$;

2) $+4\frac{6}{11}$ и $-2\frac{1}{22}$;

3) $-8\frac{3}{20}$ и $+2\frac{5}{16}$;

4) $-12\frac{6}{35}$ и $-6\frac{2}{21}$.

8.12. Найдите сумму чисел:

1) $-18,67+\left(-14\frac{3}{4}\right)$;

2) $-22\frac{4}{25}+(+15,28)$;

3) $415,32+\left(-168\frac{7}{12}\right)$;

4) $-691\frac{6}{7}+\big(-(-309,75)\big)$.

8.13. Представьте в виде суммы двух чисел с разными знаками число:

1) 0;

2) 14;

3) +56,7;

4) –22,51.

8.14. Найдите число, которое на $12\frac{5}{8}$ больше числа:

1) –12,625;

2) –22,58;

3) –5,055;

4) $-11\frac{7}{12}$.

8.15. Найдите значение выражения $-10,005+a$ при:

1) $a=-0,995$;

2) $a=0,295$;

3) $a=10\frac{1}{200}$;

4) $a=-99\frac{3}{125}$.

8.16. Как изменится сумма чисел, если к одному из слагаемых прибавить:

1) –25;

2) +25;

3) +0,01;

4) –4862?

Скачано с сайта www.aversev.by

8.17. Какая из двух сумм больше:

1) $-18{,}9 + 22{,}87$ или $-18{,}9 + 22{,}78$;

2) $59{,}78 + (-59{,}47)$ или $-59{,}78 + 59{,}47$;

3) $-98{,}0075 + (-298{,}1162)$ или $-98{,}0075 + \big(-\big(-(-289{,}1162)\big)\big)$;

4) $-901{,}0584 + 648{,}22$ или $901{,}0584 + (-648{,}22)$?

8.18.* В трех коробках лежит 48 бусинок. Если из первой коробки переложить во вторую столько бусинок, сколько лежало во второй коробке, затем из второй коробки переложить в третью столько бусинок, сколько оказалось в третьей коробке, и, наконец, из третьей коробки переложить в первую коробку столько бусинок, сколько их находилось в первой коробке к этому моменту, то во всех коробках бусинок станет поровну. Сколько бусинок было в каждой коробке первоначально?

8.2. Законы сложения рациональных чисел

Переместительный и сочетательный законы сложения верны не только для неотрицательных рациональных чисел, но и для любых чисел.

1. *Переместительный закон сложения*: для любых рациональных чисел a и b верно равенство

$$a + b = b + a$$

2. *Сочетательный закон сложения*: для любых рациональных чисел a и b верно равенство

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример. Найти значение выражения:

а) $\left(\frac{8}{17}+\left(-\frac{3}{5}\right)\right)+\left(\left(-\frac{25}{17}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)\right)$;

б) $(3{,}18+(-10{,}74))+((-9{,}26)+12{,}82)$.

Решение. Используя переместительный и сочетательный законы, получим:

а) $\left(\frac{8}{17}+\left(-\frac{3}{5}\right)\right)+\left(\left(-\frac{25}{17}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)\right)=$

$=\left(\frac{8}{17}+\left(-\frac{25}{17}\right)\right)+\left(\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)\right)=(-1)+(-1)=-2;$

б) $(3{,}18+(-10{,}74))+((-9{,}26)+12{,}82)=$

$=(3{,}18+12{,}82)+(-10{,}74+(-9{,}26))=16+(-20)=-4.$

Ответ: а) -2; б) -4.

1. Сформулируйте закон сложения рациональных чисел: а) переместительный; б) сочетательный.
2. Для чего применяют законы сложения чисел?

Упражнения

8.19.° Укажите равные суммы:

а) $+5{,}07+(-18{,}93)$; б) $+18{,}93+(-5{,}07)$;

в) $-5{,}07+18{,}93$; г) $-18{,}93+5{,}07$.

8.20. Сравните значения выражений:

1) $-5{,}607+12{,}695$ и $-12{,}695+5{,}507$;

2) $-5{,}607+(-12{,}695)$ и $-12{,}695+5{,}507$;

3) $+4\frac{3}{11}+\left(-16\frac{5}{22}\right)$ и $16\frac{5}{22}+\left(-4\frac{3}{11}\right)$;

4) $+4\frac{3}{11}+\left(-16\frac{5}{22}\right)$ и $-16\frac{5}{22}+\left(-4\frac{3}{11}\right)$.

Скачано с сайта www.aversev.by

8.21.° Найдите значение выражения:

1) $+5{,}187 + (-26{,}87) + (-5{,}187)$;

2) $-22{,}0894 + 64{,}91 + 22{,}0894$;

3) $-509{,}87 + (-100{,}25) + 409{,}87$;

4) $+590{,}807 + (-90{,}807) + (-500{,}498)$.

8.22. Вычислите:

1) $-52{,}0082 + 8075{,}46 + 52{,}0082 + (-8075{,}46)$;

2) $+498{,}01 + (-0{,}87045) + (-498{,}01) + 0{,}87045$;

3) $(-56{,}481) + 33{,}08996 + (-45{,}579) + 66{,}91004$;

4) $+68{,}325 + (-902{,}077) + (-968{,}325) + 2{,}077$.

8.23. Найдите сумму чисел:

1) $-15\frac{4}{15} + 8\frac{2}{3} + 7\frac{7}{45}$;

2) $-9\frac{4}{25} + 15\frac{7}{10} + \left(-6\frac{8}{30}\right)$;

3) $-40{,}08 + \left(-28\frac{4}{15}\right) + (-0{,}92)$;

4) $8\frac{6}{21} + (-11{,}4) + 2\frac{5}{7}$.

8.24. Найдите модуль суммы:

1) $8{,}24 + (-5{,}9) + (-41{,}68) + 0{,}57 + (-4{,}1)$;

2) $-48{,}55 + 95{,}601 + 14{,}399 + (-32{,}05) + (-19{,}4)$;

3) $19{,}78 + 45{,}97 + (-33{,}879) + (-14{,}021) + (-45{,}1)$;

4) $-6{,}088 + (-7{,}112) + 69{,}87 + (-99{,}78) + 931{,}007$.

8.25.* Найдите при $a = -99{,}041$; $b = +101{,}959$; $m = 2{,}85$; $n = -18{,}15$ значение выражения:

1) $(a + m) + (n + b)$; 2) $2{,}918 + (a + b)$;

3) $(m + n) + 15{,}3$; 4) $a + 14{,}341 + (n + m)$.

8.26. Дано выражение $A = 16{,}578 + a + (-26{,}578)$. Найдите его значение при a, равном:

1) $26{,}578$; 2) $-16{,}578$;

3) $-194{,}557$; 4) $0{,}946557$.

Скачано с сайта www.aversev.by

8.27. Найдите значение выражения $m+\left(-8\frac{11}{24}\right)+n$ при:

1) $m=-15{,}45,\ n=8\frac{11}{24}$;

2) $m=-6\frac{5}{16},\ n=15\frac{37}{48}$;

3) $m=-12\frac{3}{8},\ n=-3\frac{1}{6}$;

4) $m=-8\frac{11}{24},\ n=-3\frac{1}{12}$.

8.28. Найдите сумму трех последовательных целых чисел, меньшее из которых равно:
1) -1; 2) -10; 3) -529; 4) -698.

8.29. Найдите сумму четырех последовательных четных чисел, большее из которых равно:
1) 2; 2) 4; 3) -726; 4) -898.

8.30. Вычислите:

1) $-\big(-(+89{,}55)\big)+\Big(-\big(-(-57{,}03)\big)\Big)+$
$+\ (-89{,}55)+\Big(-\big(-\big(-(-57{,}03)\big)\big)\Big)$;

2) $-\Big(-\big(-(-91{,}08)\big)\Big)+(-75{,}6)+\Big(-\big(-(-91{,}08)\big)\Big)$.

8.31.* Вера и Лена посещают математический кружок, в котором мальчиков более 91 %. Найдите наименьшее возможное число членов кружка.

8.32.* Сумма трех натуральных чисел a, b, c равна 60. При этом b — это сумма цифр числа a, а c — сумма цифр числа b. Каким может быть a?

8.3. Вычитание рациональных чисел

Когда известны сумма и одно из слагаемых, то неизвестное слагаемое находят вычитанием. Например, зная, что $p+(-5{,}2)=-13{,}7$, можно записать: $p=-13{,}7-(-5{,}2)$.

Скачано с сайта www.aversev.by

Поступим иначе: чтобы найти неизвестное слагаемое p, прибавим к левой и к правой части равенства $p + (-5{,}2) = -13{,}7$ число 5,2, противоположное известному слагаемому $-5{,}2$. Получим:

$$p + (-5{,}2) + 5{,}2 = -13{,}7 + 5{,}2;$$

откуда $p = -13{,}7 + 5{,}2$. Таким образом, имеем

$$p = -13{,}7 - (-5{,}2) \text{ и } p = -13{,}7 + 5{,}2,$$

значит, $-13{,}7 - (-5{,}2) = -13{,}7 + 5{,}2$, т. е. $p = -8{,}5$.

Итак,

чтобы из одного рационального числа вычесть другое, нужно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому.

Это правило можно записать формулой

$$a - b = a + (-b)$$

Пример 1. Найти разность:

а) $-13{,}7 - 5{,}2$; б) $13{,}7 - (-5{,}2)$.

Решение. а) $-13{,}7 - 5{,}2 = -13{,}7 + (-5{,}2) = -18{,}9$;

б) $13{,}7 - (-5{,}2) = 13{,}7 + 5{,}2 = 18{,}9$.

Ответ: а) $-18{,}9$; б) $18{,}9$.

Пока нам были известны только неотрицательные числа (т. е. натуральные и нуль), нельзя было из меньшего числа вычесть большее. Например, нельзя было из 13 вычесть 17. А после введения рациональных чисел вычитание выполнимо всегда. Так,

$$13 - 17 = 13 + (-17) = -4.$$

Если из большего рационального числа вычесть меньшее, получится положительное число, а если из меньшего числа вычесть большее, получится отрицательное число.

Скачано с сайта www.aversev.by

Например:

а) $3{,}5 > -2$ и $-4 > -7$, соответственно, разность $3{,}5 - (-2) = 5{,}5$ — положительное число и разность $-4 - (-7) = -4 + 7 = 3$ — тоже положительное число;

б) $-4{,}5 < 2$ и $-9 < -6$, соответственно, разность $-4{,}5 - 2 = -6{,}5$ — отрицательное число и разность $-9 - (-6) = -9 + 6 = -3$ — тоже отрицательное число.

Пример 2. Решить уравнение $-32{,}71 - x = 4{,}103$.

Решение. Чтобы найти неизвестное вычитаемое x, надо из уменьшаемого вычесть разность: $x = -32{,}71 - 4{,}103$. Получаем $x = -36{,}813$.

Ответ: $-36{,}813$.

1. Как из одного рационального числа вычесть другое?
2. Всегда ли из одного рационального числа можно вычесть другое?
3. В каком случае разность является: а) положительным числом; б) отрицательным числом?
4. Чему равна разность чисел: а) $a - 0$; б) $0 - a$; в) $a - a$?

Упражнения

8.33.° Найдите разность, записав ее в виде суммы:

1) $42 - 15$;
2) $-294 - 314$;
3) $56{,}8 - (-0{,}82)$;
4) $-6{,}055 - (-36{,}9)$.

8.34.° Вычислите:

1) $-98{,}47 - (-98{,}47)$;
2) $16{,}375 - \left(+16\frac{3}{8}\right)$;
3) $26{,}7 - \left(-26{,}4 + 26\frac{2}{5}\right)$;
4) $26{,}75 - \left(26\frac{3}{4} - 0\right)$.

8.35.° Выполните действия:

1) $0 - (0 - 56{,}9)$;
2) $0 - \big(0 - (0 + 8{,}904)\big)$;

Скачано с сайта www.aversev.by

3) $0-\left(0-\left(0-89\frac{11}{26}\right)\right)$;

4) $0-\left(0-\left(0-\left(0-\frac{3}{16}\right)\right)\right)$.

8.36. Найдите значение выражения:

1) $\left(\frac{7}{20}-0\right)-(0+0{,}35)$;

2) $\left(3\frac{3}{8}+0\right)-(2{,}375-0)$;

3) $(3{,}409-0)-(0-6{,}409)$;

4) $(6{,}16-0)-(5{,}16-0)$.

8.37.° Найдите разность чисел:

1) 67,22 – 97,22;
2) 29,84 – 80,86;
3) 3,099 – 5,97;
4) 6,078 – 40,08.

8.38.° Вычислите:

1) $7\frac{2}{15}-8\frac{4}{25}$;
2) $\frac{16}{35}-8\frac{11}{20}$;
3) $3\frac{5}{12}-9{,}08$;
4) $7{,}625-9\frac{3}{8}$.

8.39. Выполните действия:

1) −13,89 – (−5,99);
2) −42,89 – (−46,58);
3) $-6\frac{8}{9}-\left(-7\frac{5}{12}\right)$;
4) $-12\frac{6}{25}-\left(-22\frac{4}{15}\right)$.

8.40. Вычислите:

1) 48,66 – (−93,24);
2) 6,048 – (−94,06);
3) 51,37 – (+91,04);
4) 4,085 – (+6,69).

8.41.° Найдите разность чисел:

1) −78 и −522;
2) −599 и −128;
3) 7,608 и −12,032;
4) 52,911 и −62,011;
5) −120,077 и 64,893;
6) −0,9048 и 168,99.

Скачано с сайта www.aversev.by

8.42. Найдите значение выражения $a - b$, если:
1) $a = -22{,}3$, $b = 9{,}7$; 2) $a = -12{,}5$, $b = -3{,}6$.

8.43. Какое число надо вписать в строку таблицы?

№	Уменьшаемое	Вычитаемое	Разность
1)	429		–4,29
2)	–6,1		3,4
3)		–3,22	–5,3
4)		5,25	–5,25

8.44. Найдите:
1) разность, если уменьшаемое равно –607, а вычитаемое — число, ему противоположное;
2) вычитаемое, если уменьшаемое равно –15,8, а разность — число, ему противоположное;
3) уменьшаемое, если вычитаемое равно –23,9, а разность — число, ему противоположное;
4) разность, если вычитаемое равно –11,3, а уменьшаемое — число, ему противоположное.

8.45.* Чему равно значение выражения $a - b$, если:
1) $a = 129$, а b на 77 меньше a;
2) $a = 0{,}99$ и a на 0,01 больше b?

8.46. Представьте m в виде разности чисел а) отрицательных и б) с разными знаками, если:
1) $m = 121$; 2) $m = 82$;
3) $m = -0{,}85$; 4) $m = -68{,}9$.

8.47.° Найдите разность чисел и результат проверьте а) сложением; б) вычитанием:
1) –36,7 – (–38,9); 2) 69,72 – 117,9;
3) 504,22 – (–103,78); 4) –391,06 – (–101,06).

Скачано с сайта www.aversev.by

8.48.* Как изменится разность, если вычесть число k а) из уменьшаемого; б) из вычитаемого:
1) $k = 9{,}6$; 2) $k = -9{,}6$?

8.49.* Дано: $a < 0$, $b > 0$ и $|a| > |b|$. Положительным или отрицательным числом будет разность чисел:
1) a и $-b$; 2) $-a$ и b;
3) $-a$ и $-b$; 4) $-b$ и $-a$?

8.50.* Дано: $a > 0$, $b < 0$, $|a| + |b| = 0{,}89$ и $|a| - |b| = -0{,}15$. Найдите значение выражения:
1) $-(a + b) - (b - a)$; 2) $\big(-a + (-b)\big) + (-b)$.

8.51. Решите уравнение:
1) $-7{,}6 - m = -7{,}6$; 2) $x - (-4{,}09) = 4{,}09$;
3) $-y - 42\frac{5}{9} = 0$; 4) $-6{,}42 - x = 18{,}9$.

8.52. Температура воздуха в 12 ч была +2 °С, но к 14 ч понизилась на 4 °С, а к 18 ч понизилась еще на 3,5 °С. Какой была температура воздуха:
1) в 14 ч; 2) в 18 ч?

8.53. На поверхности Земли были зарегистрированы наибольшая и наименьшая температуры, равные соответственно +57,8 °С (Африка) и –89,2 °С (Антарктида). Определите разницу между этими температурами.

8.54. Самая высокая точка Беларуси — гора Святая на Минской возвышенности, ее высота 345 м над уровнем моря, а самая низкая точка — в долине реки Неман на границе с Литвой — 85 м ниже уровня моря. Найдите перепад высот на территории Беларуси.

8.55.* На круговом маршруте работают два автобуса с интервалом движения 21 мин. Каким будет интервал, если на маршрут выделят три автобуса?

Скачано с сайта www.aversev.by

8.4. Расстояние между двумя точками координатной прямой

Зная координаты двух точек координатной прямой, можно найти расстояние между этими точками.

Пример 1. Найти расстояние между точками $A(-3,5)$ и $B(4,7)$ координатной прямой.

Решение. Обозначим буквой x расстояние между точками A и B, т. е. $AB = x$ (рис. 77). Если, например, кончик карандаша переместить от точки $A(-3,5)$ на x вправо, то он попадет в точку $-3,5 + x$ и, очевидно, в точку $B(4,7)$. Значит, $-3,5 + x = 4,7$.

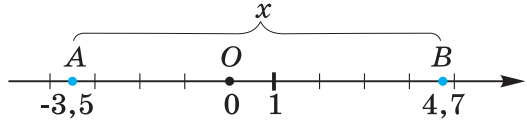


Рис. 77

Отсюда, $x = 4,7 - (-3,5)$, т. е. $x = 8,2$.

Ответ: $AB = 8,2$.

Итак,

чтобы найти расстояние между двумя точками с определенными координатами, нужно из большей из этих координат вычесть меньшую.

Пример 2. Найти расстояние между точками $M(-7,3)$ и $K(-12,4)$ координатной прямой.

Решение. Поскольку $-12,4 < -7,3$, то

$$MK = -7,3 - (-12,4) = -7,3 + 12,4 = 5,1.$$

Ответ: $MK = 5,1$.

Скачано с сайта www.aversev.by

1. Как найти расстояние между двумя точками координатной прямой?
2. Как найти расстояние между точками $A(a)$ и $B(b)$, если: а) $a < b$; б) $a > b$?
3. Какими могут быть координаты точек $A(a)$ и $B(b)$, если $AB = 3$? Назовите не менее трех возможных значений координат a и b.

Упражнения

8.56.° Запишите точки по возрастанию координат:
1) $P(-4{,}25)$, $H(-5{,}84)$, $E(5{,}84)$;
2) $M(15{,}7)$, $N\left(-51\frac{7}{8}\right)$, $K(-49{,}1)$;
3) $D\left(-14\frac{4}{7}\right)$, $G(-15{,}22)$, $F(-16{,}28)$;
4) $S(-19{,}4)$, $U(-19{,}01)$, $R\left(-19\frac{19}{20}\right)$.

8.57.° Найдите расстояние между точками $A(a)$ и $B(b)$, если:
1) $a = -12{,}9$, $b = 2{,}1$;
2) $a = 4{,}8$, $b = -9{,}7$;
3) $a = -14{,}32$, $b = -11{,}28$;
4) $a = -263\frac{2}{9}$, $b = -\frac{8}{21}$.

8.58.° На координатной прямой (O — начало отсчета) отмечены точки $A(-12{,}6)$; $B(-28{,}65)$; $K(2{,}43)$. Найдите длину отрезка:
1) AB; 2) AK; 3) BK; 4) OB.

8.59. На координатной прямой отметили точки $A(-28)$, $B(-18)$, $C(15)$ и точки $M(m)$, $N(n)$, $P(p)$, координаты которых противоположны координатам точек A, B, C соответственно. Найдите:
1) AM; 2) BP; 3) CM; 4) CN;
5) AP; 6) BN; 7) AN; 8) MP.

Скачано с сайта www.aversev.by

8.60. Точка $M(m)$ правее $K(k)$. Найдите k, если:
1) $m = 16,\ MK = 13$; 2) $m = 15,\ MK = 24$;
3) $m = 12,\ MK = 16{,}7$; 4) $m = 11,\ MK = 19{,}9$.

8.61. Точка $A(a)$ левее $C(c)$. Найдите c, если:
1) $a = 9{,}8,\ AC = 6{,}7$; 2) $a = 8{,}9,\ AC = 9{,}8$;
3) $a = 15{,}7,\ AC = 15{,}7$; 4) $a = 8{,}3,\ AC = 8{,}3$.

8.62. Точки $X(x)$ и $Y(y)$ координатной прямой равноудалены от точки $M(m)$. Найдите x и y, если $x < y$ и:
1) $XM = 38,\ m = 25$; 2) $YM = 35,\ m = 24$;
3) $YM = 15,\ m = 10{,}6$; 4) $XM = 17,\ m = -19{,}2$.

8.63.* Точки $A(a)$ и $B(b)$ координатной прямой равноудалены от точки $P(p)$. Найдите a и b, если $a < b$ и:
1) $P\left(15\frac{4}{5}\right),\ AB = 12{,}8$;
2) $P\left(10\frac{4}{5}\right),\ AB = 11{,}6$;
3) $P(-15{,}26),\ AB = 21{,}4$;
4) $P(-10{,}5),\ AB = 22{,}8$.

8.64.* Точки $M(m)$ и $N(n)$ координатной прямой одинаково удалены от точки $C(c)$. Найдите c, если:
1) $m = 24,\ n = 32$; 2) $m = -24,\ n = 32$;
3) $m = 24,\ n = -32$; 4) $m = -24,\ n = -32$.

8.65.* Кузнечик, начав путь из точки A, прыгнул в точку B, затем из точки B — в C и далее — в D, E, F (рис. 78). Найдите расстояние, которое преодолел кузнечик, зная координаты точек $A(a)$ и $C(c)$:
1) $a = 0,\ c = 2$; 2) $a = -2,\ c = 2$;
3) $a = -10,\ c = -4$; 4) $a = -36,\ c = -32$.

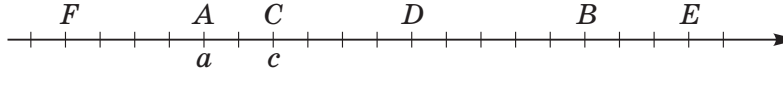


Рис. 78

Скачано с сайта www.aversev.by

8.66.* В магазине «Фрукты» лимоны подешевели на 40 %, а в магазине «Сад» — сначала на 20 %, а затем на 25 %. Исходная цена лимонов в обоих магазинах была одинаковой. Где лимоны стали дешевле?

8.5. Координатная плоскость

Для того чтобы можно было указать положение точки на прямой, на ней вводят координаты. А чтобы указать положение точки на плоскости, на ней тоже можно ввести координаты. Это делается так.

На плоскости проводят две перпендикулярные прямые и на каждой из них вводят координаты (рис. 79); при этом точку пересечения прямых (ее обозначают буквой O) принимают за начало отсчета на каждой координатной прямой. Точку O называют ***началом координат***, а сами прямые — ***осями координат***; они и образуют ***прямоугольную систему координат***.

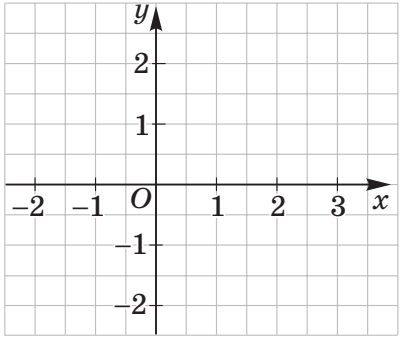


Рис. 79

Одну из осей прямоугольной системы координат называют ***осью абсцисс***; обычно она располагается горизонтально (на рисунке 79 — это ось Ox). Другую ось называют ***осью ординат***; она обычно располагается вертикально (на рисунке 79 — это ось Oy).

Оси координат делят плоскость на четыре прямых угла. Их называют ***координатными углами*** или ***координатными четвертями***. Координатные углы (четверти) нумеруют римскими цифрами I, II, III, IV, как показано на рисунке 80, и называют первым, вторым, третьим и четвертым координатными углами (четвертями).

Скачано с сайта www.aversev.by

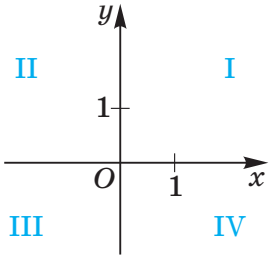


Рис. 80

Плоскость, на которой задана система координат, называется ***координатной плоскостью.***

Пусть P — точка на координатной плоскости (рис. 81, *а*). Проведем через нее прямую, перпендикулярную прямой Ox. Она пересечет ось Ox в некоторой точке; на рисунке 81, *б* — это точка с координатой $x = -3$. Проведем через точку P прямую, перпендикулярную прямой Oy. Она пересечет ось Oy в некоторой точке; на рисунке 81, *б* — это точка с координатой $y = 5$.

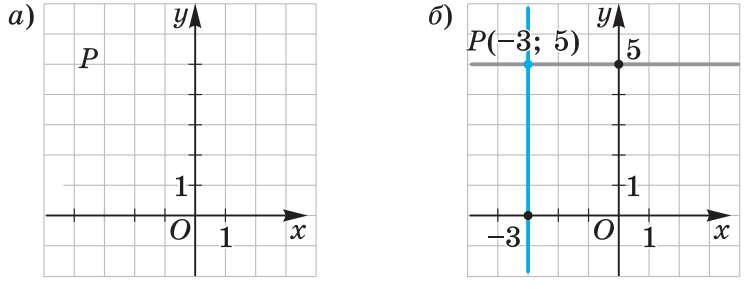


Рис. 81

Пару чисел (−3; 5) называют ***координатами*** точки P и пишут $P(-3; 5)$. Первая координата $x = -3$ называется ***абсциссой*** точки P, вторая координата $y = 5$ — ***ординатой*** точки P. Запись $P(-3; 5)$ читается: *точка P с абсциссой -3 и ординатой 5*, или *точка P с координатами -3 и 5*.

Обратите внимание: в записи $P(-3; 5)$ числа в скобках менять местами нельзя. Если это сделать, то получится другая точка — $M(5; -3)$ (рис. 82).

Точки любой прямой, перпендикулярной оси абсцисс, имеют одну и ту же абсциссу. Например, все точки прямой a (рис. 83) имеют абсциссу 4. Все точки оси ординат имеют абсциссу 0, т. е. координаты любой точки оси ординат имеют вид $(0; y)$.

Скачано с сайта www.aversev.by

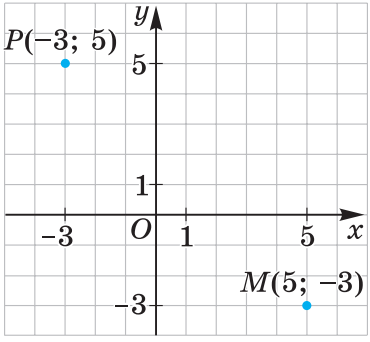


Рис. 82

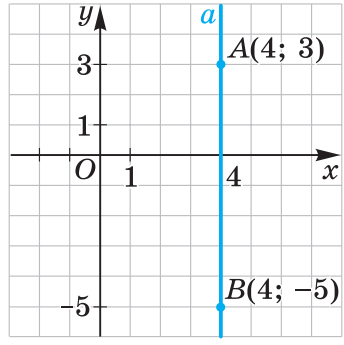


Рис. 83

Точки любой прямой, перпендикулярной оси ординат, имеют одну и ту же ординату. Так, все точки прямой b (рис. 84) имеют ординату −3. Все точки оси абсцисс имеют ординату 0, т. е. координаты любой точки оси абсцисс имеют вид $(x; 0)$.

Начало координат — точка O — лежит и на оси абсцисс, и на оси ординат. Значит, ее координаты (0; 0).

Зная координаты точки, можно ее построить. Покажем, например, как построить на координатной плоскости точку $T(-4; 3)$. Проведем через точку −4 на оси абсцисс прямую a, перпендикулярную оси Ox, а через точку 3 на оси ординат — прямую b, перпендикулярную оси Oy (рис. 85). Координаты точки пересечения прямых a и b — числа −4 и 3. Таким образом, мы получили на координатной плоскости точку $T(-4; 3)$; она расположена во II координатном углу (во II координатной четверти).

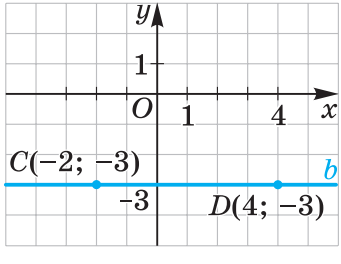


Рис. 84

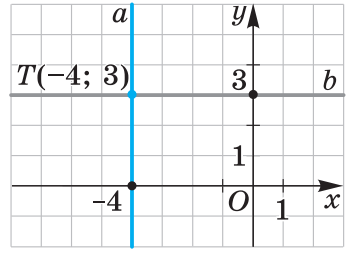


Рис. 85

Скачано с сайта www.aversev.by

1. Как вводятся координаты на плоскости?
2. Как называется первая (вторая) координата точки координатной плоскости?
3. У точек какой прямой координатной плоскости одинаковые: а) абсциссы; б) ординаты?
4. Какой вид имеют координаты точек: а) оси абсцисс; б) оси ординат; в) начала координат?
5. Как найти координаты точки координатной плоскости?
6. Как построить точку по ее координатам?
7. Что такое координатные углы (четверти)? Сколько их?

Упражнения

8.67.° Какие из точек $A(-4;\ -6)$, $B(5;\ 10)$, $C(-6;\ -14)$, $D(-8;\ 12)$, $E(45;\ 21)$, $K(23;\ 15)$, $M(15;\ -9)$, $P(-52;\ -36)$ находятся:

1) выше оси абсцисс; 2) ниже оси абсцисс;
3) левее оси ординат; 4) правее оси ординат?

8.68.° На координатной плоскости (рис. 86) отмечены точки A, B, C, E, K, M, P, Z. Укажите их координаты.

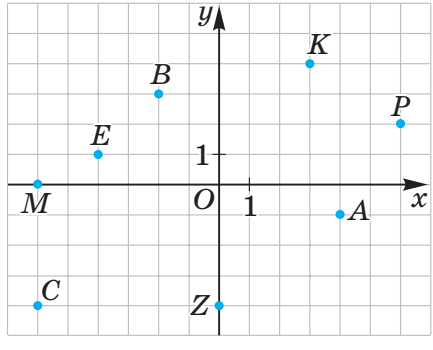


Рис. 86

8.69.° Изобразите на координатной плоскости точку:

1) $A(3;\ 6)$; 2) $B(2;\ 5)$;
3) $C(4;\ 1)$; 4) $D(6;\ 2)$;
5) $E(3;\ 7)$; 6) $M(1;\ 2)$.

Скачано с сайта www.aversev.by

8.70.° Какие из точек $A(-3; -7)$, $B(6; 19)$, $C(8; -44)$, $D(-10; 9)$, $E(23; -31)$, $K(-43; -5)$, $M(35; -19)$, $P(-11; -11)$ расположены в: а) I; б) II; в) III; г) IV координатном углу (четверти)?

8.71. Постройте на координатной плоскости с единичным отрезком 1 см четырехугольник с вершинами $A(8; 2)$, $B(4; 2)$, $C(4; 8)$, $D(8; 8)$ и укажите:
1) вид четырехугольника $ABCD$;
2) периметр и площадь $ABCD$.

8.72. Отметьте на координатной плоскости точки и, соединив их последовательно друг с другом по алфавиту (точка А — начало и конец построения), определите, какая получилась фигура:
1) $A(6; 4)$, $B(4; 1)$, $C(1; 1)$, $D(2; 2)$, $E(0; 4)$, $F(-3; 1)$, $G(-7; 1)$, $H(-9; -1)$, $I(-3; -1)$, $K(1; -3)$, $L(3; -3)$, $M(7; -1)$, $N(7; 4)$;
2) $A(9; 3)$, $B(6; 3)$, $C(5; 2)$, $D(0; 2)$, $E(-4; 0)$, $F(0; -2)$, $G(5; -2)$, $H(6; -3)$, $I(9; -3)$, $K(8; -2)$, $L(8; 2)$.

8.73. На координатной плоскости отметьте пять точек, имеющих равные:
1) абсциссы; 2) ординаты.

8.74. Будет ли фигура MNP треугольником, если:
1) $M(5; 6)$, $N(7; 8)$, $P(1; 2)$;
2) $M(1; 2)$, $N(3; 4)$, $P(1; 5)$;
3) $M(-5; 6)$, $N(-5; -1)$, $P(-5; 0)$;
4) $M(1; 2)$, $N(-3; 2)$, $P(-4; 2)$?

8.75. Будет ли фигура $ABCD$ четырехугольником, если:
1) $A(1; 1)$, $B(-3; -3)$, $C(5; -1)$, $D(-3; 1)$;
2) $A(1; -1)$, $B(2; -1)$, $C(-3; 3)$, $D(-4; -6)$;
3) $A(-2; 1)$, $B(-2; 3)$, $C(-2; -1)$, $D(3; 4)$;
4) $A(3; -1)$, $B(-1; -2)$, $C(3; -2)$, $D(0; -2)$?

Скачано с сайта www.aversev.by

8.76. На координатной плоскости проведите прямую через начало координат и точку $A(4; 2)$. Отметьте на прямой точку B с ординатой: 1) -2; 2) 1; 3) 2; 4) -1. Запишите координаты точки B.

8.77. На координатной плоскости через точку $A(3; 6)$ проведите прямую, параллельную оси ординат. Через точку $B(6; 4)$ проведите прямую, перпендикулярную оси ординат. Обозначив точку пересечения прямых буквой C, найдите ее координаты.

8.78. Укажите координаты точек, симметричных точкам $A(3; 6)$ и $B(5; -4)$ относительно:
1) оси абсцисс;
2) оси ординат;
3) начала координат O.

8.79. На координатной плоскости отметьте точку $A(x; y)$, если:
1) $x = |-2^3|$, $y = 7 - 12$;
2) $x = |-3^2|$, $y = |0| + |-3| - |-(-2)|$;
3) $x = -\big(-(-2)\big)$, $y = |-2| - |0| + |-(-1)|$;
4) $x = -(-2^2)$, $y = -|-2{,}6| - (-7{,}6) + |-(-1)|$.

8.80.° Постройте на координатной плоскости треугольник ABC по координатам его вершин:
1) (0; 0), (0; 8), (4; 6);
2) (1; 0), (4; 8), (0; 6);
3) (5; 5), (4; 4), (6; -1);
4) (2; 6), (2; 4), (-6; 2).

8.81.* Три дюжины лимонов (т. е. 36 лимонов) стоят столько рублей, сколько можно купить лимонов на 16 рублей. Сколько стоит дюжина лимонов?

Скачано с сайта www.aversev.by

Глава 9

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

9.1. Умножение рациональных чисел

Используем рисунок 74 из п. 8.1. Пусть улитка от листка начинает ползти по ветке. Когда она ползет вправо, ее перемещение и скорость считаются положительными и обозначаются положительными числами, а когда она ползет влево — отрицательными. Рассмотрим две ситуации.

1. Где будет находиться улитка по отношению к листку через 1,2 мин, если она ползет от него вправо со скоростью 3,5 $\frac{\text{см}}{\text{мин}}$ (рис. 87)?

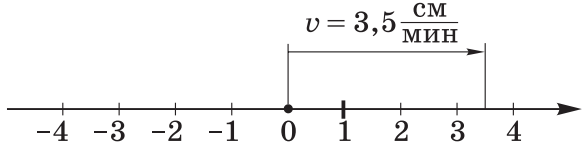


Рис. 87

Такие задачи решаются умножением:

$$(+3{,}5) \cdot (+1{,}2) = 4{,}2 \text{ (см)}.$$

Улитка будет находиться в 4,2 см справа от листка.

2. Где будет находиться улитка по отношению к листку через 2,2 мин, если она ползет от листка влево со скоростью 3,5 $\frac{\text{см}}{\text{мин}}$ (рис. 88)?

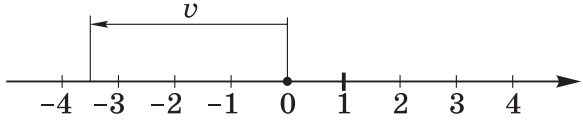


Рис. 88

Скачано с сайта www.aversev.by

Ясно, что улитка будет находиться в 7,7 см слева от листка. Это естественно записать так:

$$(-3{,}5)\cdot(+2{,}2)=-7{,}7\ \text{(см)}.$$

Как получили результат? Умножили числа 3,5 и 2,2 и перед произведением поставили знак «–».

Вообще,

чтобы умножить два числа с разными знаками, нужно умножить их модули и перед произведением поставить знак «–».

Сформулируем правило умножения отрицательных чисел:

чтобы умножить два отрицательных числа, нужно умножить их модули.

Например, $\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{7}{5}\right)=\left|-\frac{3}{4}\right|\cdot\left|-\frac{7}{5}\right|=\frac{3}{4}\cdot\frac{7}{5}=\frac{21}{20}$.

Заметим, что согласно правилам умножения для любого рационального числа a верны равенства:

$$a\cdot 1=1\cdot a=a \qquad a\cdot(-1)=(-1)\cdot a=-a$$

Для любого рационального числа a имеем

$$a\cdot 0=0\cdot a=0$$

Из правил умножения следует:

если множители не равны нулю, то и произведение не равно нулю.

Значит,

если произведение равно нулю, то хотя бы один из множителей равен нулю:

$$\text{если } a\cdot b=0,\ \text{то } a=0 \text{ или } b=0$$

Скачано с сайта www.aversev.by

Обратите внимание: **модуль произведения двух чисел равен произведению их модулей:**

$$|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$$

Пример. Решить уравнения:

а) $(2x + 5) \cdot (2^5 - 16 \cdot 2) = 0$;

б) $(3|x| - 4) \cdot (27 - x) = 0$.

Решение.

а) Второй множитель равен нулю, значит, уравнение имеет вид $(2x + 5) \cdot 0 = 0$; оно обращается в верное числовое равенство при любом x.

б) Произведение равно нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю. По условию получим:

$$3|x| - 4 = 0 \text{ или } 27 - x = 0.$$

Решив первое уравнение, получим $|x| = \frac{4}{3}$, откуда $x = -\frac{4}{3}$ или $x = \frac{4}{3}$. Из второго уравнения получим $x = 27$.

Ответ: а) x — любое число; б) $-\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; 27$.

1. Сформулируйте правило умножения:
   а) двух чисел разных знаков; б) двух отрицательных чисел.
2. Что получится при умножении рационального числа на:
   а) 1; б) –1; в) 0?
3. Что можно сказать о множителях, если произведение:
   а) равно нулю; б) не равно нулю?
4. Чему равен модуль произведения двух чисел?

Упражнения

9.1.° Найдите произведение:

1) $-6 \cdot 90$;
2) $8 \cdot (-5)$;
3) $-6 \cdot (-15)$;
4) $-12 \cdot (-10)$;
5) $-150 \cdot 0$;
6) $0 \cdot (-100)$;
7) $-1 \cdot (-451)$;
8) $-268 \cdot 1$.

Скачано с сайта www.aversev.by

9.2.° Найдите значение выражения при $m = -0{,}4$ и $n = 4{,}5$:

1) $m \cdot n$;
2) $-(m \cdot n)$;
3) $(-m) \cdot (-n)$;
4) $(-m) \cdot n$;
5) $m \cdot (-n)$;
6) $-\big((-m) \cdot (-n)\big)$.

9.3.° Найдите произведение:

1) $0{,}1 \cdot (-15)$;
2) $-0{,}01 \cdot 300$;
3) $-0{,}001 \cdot (-4000)$;
4) $-0{,}001 \cdot (-90)$;
5) $-0{,}0002 \cdot 200\,000$;
6) $-0{,}000005 \cdot (-3000)$.

9.4.° Вычислите:

1) $-13{,}07 \cdot (-3)$;
2) $25{,}03 \cdot (-60)$;
3) $-313{,}007 \cdot (-40)$;
4) $-108{,}104 \cdot 80$.

Найдите произведение **(9.5—9.6)**.

9.5.° 1) $3{,}2 \cdot (-0{,}4)$;
2) $0{,}6 \cdot (-4{,}1)$;
3) $2{,}03 \cdot 0{,}04$;
4) $0{,}05 \cdot (-3{,}25)$.

9.6.° 1) $\frac{4}{15} \cdot \left(-\frac{3}{24}\right)$;
2) $-\frac{10}{9} \cdot \left(-\frac{27}{40}\right)$;
3) $-3\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{8}{39}\right)$;
4) $1\frac{3}{8} \cdot \left(-5\frac{1}{11}\right)$;
5) $-1\frac{1}{5} \cdot 3{,}2$;
6) $2{,}7 \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)$.

9.7.° Найдите значение выражения:

1) $(-0{,}1)^2$;
2) $-0{,}5^2$;
3) $-(-1{,}2)^2$;
4) $-(-2{,}4)^2$;
5) $-0{,}1^3$;
6) $(-0{,}2)^3$;
7) $-(-0{,}3)^3$;
8) $-(-0{,}4)^3$;
9) $-11{,}2^2$;
10) $(-40{,}1)^2$.

9.8.° Решите уравнение:

1) $(7 \cdot 2 - 7^2) \cdot (x - 3) = 0$;
2) $(3 \cdot 2 - 3^2) \cdot (x + 7) = 0$;
3) $(2x - 7) \cdot (x + 5) = 0$;
4) $(x - 4) \cdot (5x + 1) = 0$;

Скачано с сайта www.aversev.by

5) $(3x+2)\cdot\left(\frac{10^3}{8}-5^3\right)=0$;

6) $(4x-3)\cdot(3^3-54\cdot 0{,}5)=0$;

7) $(|x|-2)\cdot(x+17)=0$;

8) $(x-11)\cdot(6-|x|)=0$.

9.9. Выполните действия:

1) $-0{,}14\cdot(-2{,}8)^2$; 2) $-1{,}5^2\cdot(-0{,}22)$;

3) $0{,}8\cdot(-0{,}25)^2$; 4) $(-0{,}25)^2\cdot(-1{,}6)$;

5) $-4{,}2\cdot(-0{,}06)^3$; 6) $-(0{,}11)^3\cdot 9{,}4$.

9.10. Найдите значение выражения $15\cdot(-b)^2$, если b равно:

1) $-0{,}1$; 2) $-1{,}4$; 3) $0{,}25$; 4) $4{,}11$.

9.11. Найдите значение выражения $0{,}4\cdot(-a)^2-a^3$, если a равно:

1) $0{,}1$; 2) $0{,}02$; 3) $-1{,}1$; 4) $-0{,}5$.

9.12. Известно, что $m<0$, $n<0$. Верно ли, что:

1) $m\cdot n>0$; 2) $(-m)\cdot(-n)>0$;

3) $m\cdot(-n)<0$; 4) $(-m)\cdot n<0$?

9.13. Сравните:

1) $\left(-4\frac{2}{3}\right)\cdot 2$ и $3\frac{1}{2}\cdot\left(-3\frac{1}{4}\right)$;

2) $\frac{9}{4}\cdot\left(-\frac{12}{19}\right)$ и $-\frac{9}{20}\cdot\frac{5}{18}$;

3) $-2\frac{2}{5}\cdot 2{,}5$ и $\frac{2}{5}\cdot(-12)$;

4) $-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{7}{9}\right)$ и $-0{,}6\cdot(-5)$.

9.14. Решите уравнение:

1) $x:(-3{,}04)=0{,}05$; 2) $t:(-14{,}25)=-6{,}04$;

3) $y:\left(-1\frac{7}{9}\right)=1\frac{13}{16}$; 4) $x:\left(-3\frac{1}{3}\right)=-0{,}051$.

Скачано с сайта www.aversev.by

Найдите значение выражения **(9.15—9.16).**

9.15. 1) $6{,}3 \cdot \frac{2}{3} - (-33{,}6) \cdot \frac{3}{8}$;

2) $25{,}6 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) + 1{,}5 \cdot \left(-2\frac{2}{5}\right)$;

3) $\left(-8\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-8\frac{2}{5}\right) - \left(-3\frac{3}{7}\right) \cdot \left(-2\frac{1}{6}\right)$;

4) $\left(-4\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-5\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-7\frac{1}{2}\right)$.

9.16. 1) $|-1000| \cdot |-2| \cdot |-0{,}5^3|$;

2) $|-10^3| \cdot |-10^3| \cdot \left|-\frac{1}{8}\right|$;

3) $|-2^4 \cdot (-138{,}4) \cdot (-0{,}25^2)|$;

4) $|(-0{,}25) \cdot (-381{,}7) \cdot (-2^2)|$.

9.17. Кузнечик прыгает по горизонтальной координатной прямой, совершая при движении вправо прыжок на 5 единичных отрезков, а при движении влево — на 6 единичных отрезков. В какой точке координатной прямой окажется кузнечик, если он начнет свое движение в точке $K(-8)$ и выполнит прыжки:

1) 2 вправо и 3 влево; 2) 3 вправо и 4 влево;

3) 8 влево и 12 вправо; 4) 5 влево и 14 вправо?

9.18. Какое число нужно поставить вместо символа $\bigstar$, чтобы получить верное равенство:

1) $2{,}45312 \cdot \bigstar = -2{,}45312$;

2) $-1 \cdot \bigstar = 1{,}020401$;

3) $\bigstar \cdot (-5904{,}0086412) = 0$;

4) $-0{,}990088 \cdot \bigstar = (0{,}007 \cdot 1000 - 7)$?

9.19.* Рома может спуститься на платформу метро как по неподвижной ленте эскалатора, где 60 ступенек, так и стоя на движущейся ленте эскалатора,

Скачано с сайта www.aversev.by

где то же число ступенек. При этом в первом случае он затратит 30 с, а во втором — 20 с. За какое время Рома спустится на платформу, шагая по ступенькам движущегося вниз эскалатора?

9.2. Законы умножения рациональных чисел

В буквенных выражениях знак умножения — точку — обычно не пишут.

Например: вместо $7 \cdot x$ пишут $7x$; вместо $p \cdot q$ пишут pq; вместо $(a + b) \cdot c$ пишут $(a + b)c$; вместо $2 \cdot (a + b)$ пишут $2(a + b)$.

Законы умножения неотрицательных чисел справедливы и для любых рациональных чисел.

1. *Переместительный закон умножения*: для любых рациональных чисел a и b верно равенство

$$ab = ba$$

2. *Сочетательный закон умножения*: для любых рациональных чисел a, b и c верно равенство

$$(ab)c = a(bc)$$

Эти законы позволяют переставлять и группировать множители, что дает возможность иногда упрощать вычисления.

Пример 1. Найти произведение: $\left(-6\frac{2}{3}\right) \cdot \left(4\frac{1}{4}\left(-\frac{3}{5}\right)\right)$.

Решение. $\left(-6\frac{2}{3}\right) \cdot \left(4\frac{1}{4}\left(-\frac{3}{5}\right)\right) = \left(-\frac{20}{3}\right) \cdot \left(\frac{17}{4}\left(-\frac{3}{5}\right)\right) =$

$$= \left(\frac{20}{3} \cdot \frac{3}{5}\right)\frac{17}{4} = 4 \cdot \frac{17}{4} = 17.$$

Ответ: 17.

Скачано с сайта www.aversev.by

В этом примере мы воспользовались и переместительным, и сочетательным законами умножения.

Заметим, что когда перемножаются несколько рациональных чисел, то удобно сначала определить знак произведения, а затем перемножить их модули.

Произведение четного числа отрицательных множителей положительно, а произведение нечетного числа отрицательных множителей отрицательно.

3. ***Распределительный закон умножения относительно сложения (вычитания)*****: для любых рациональных чисел** a, b **и** c **верны равенства:**

$$(a+b)c = ac + bc \qquad (a-b)c = ac - bc$$

Напомним, что распределительный закон позволяет раскрывать скобки.

Пример 2. Раскрыть скобки в выражении $-7(4x - 3y + z)$.

Решение. По распределительному закону получим:

$$-7(4x - 3y + z) = (-7)\cdot(4x) - (-7)\cdot 3y + (-7)z = -28x + 21y - 7z.$$

Ответ: $-28x + 21y - 7z$.

Пример 3. Обосновать, что верно равенство:

а) $+(-3a - 4b + 5c) = -3a - 4b + 5c$;

б) $-(-3a - 4b + 5c) = 3a + 4b - 5c$.

Решение. Используя распределительный закон, преобразуем левую часть каждого из равенств:

а) $+(-3a - 4b + 5c) = (+1)\cdot\big((-3a) + (-4b) + (5c)\big) =$

$= (+1)\cdot(-3a) + (+1)\cdot(-4b) + (+1)\cdot(5c) = -3a - 4b + 5c$;

б) $-(-3a - 4b + 5c) = (-1)\cdot\big((-3a) + (-4b) + (5c)\big) =$

$= (-1)\cdot(-3a) + (-1)\cdot(-4b) + (-1)\cdot(5c) = 3a + 4b - 5c.$

Получили правые части данных равенств.

Скачано с сайта www.aversev.by

Таким образом,

1) когда перед скобками стоит знак «+», то, раскрывая скобки, знак каждого слагаемого оставляют без изменения;

2) когда перед скобками стоит знак «–», то, раскрывая скобки, знак каждого слагаемого меняют на противоположный.

Распределительный закон позволяет также ***выносить общий множитель за скобки***, что иногда дает возможность упрощать вычисления.

Пример 4. Найти значение выражения

$$\left(-\frac{13}{24}\right)\cdot\left(-\frac{6}{7}\right)+\left(-\frac{13}{24}\right)\cdot\left(-\frac{8}{7}\right).$$

Решение.

$$\left(-\frac{13}{24}\right)\cdot\left(-\frac{6}{7}\right)+\left(-\frac{13}{24}\right)\cdot\left(-\frac{8}{7}\right)=\left(-\frac{13}{24}\right)\cdot\left(\left(-\frac{6}{7}\right)+\left(-\frac{8}{7}\right)\right)=$$

$$=\left(-\frac{13}{24}\right)\cdot\left(-\frac{14}{7}\right)=\left(-\frac{13}{24}\right)\cdot(-2)=\frac{13}{12}=1\frac{1}{12}.$$

Ответ: $1\frac{1}{12}$.

1. Сформулируйте законы умножения:
   а) переместительный; б) сочетательный.
2. Сформулируйте распределительный закон умножения:
   а) относительно сложения; б) относительно вычитания.
3. Как раскрывают скобки, когда перед ними стоит знак:
   а) «+»; б) «–»?

Упражнения

9.20.° Вычислите:

1) $(50\cdot(-4,802))\cdot 2$;
2) $4\cdot(-2,068\cdot(-25))$;
3) $((-7,209)\cdot(-75))\cdot 4$;
4) $(1,001\cdot(-5))\cdot 200$.

Скачано с сайта www.aversev.by

9.21. Найдите значение выражения:

1) $(-0{,}4) \cdot 90{,}91 \cdot 2{,}5$; 2) $0{,}75 \cdot (-24{,}005) \cdot 4$;

3) $(-0{,}125) \cdot 4{,}007 \cdot (-8)$; 4) $(-12{,}5) \cdot 24{,}039 \cdot (-0{,}08)$.

9.22. Вычислите:

1) $(-0{,}75) \cdot 3{,}01 \cdot (-1{,}2)$;

2) $0{,}08 \cdot (-2{,}68) \cdot 0{,}075$;

3) $(-0{,}02) \cdot (-8{,}6) \cdot 1{,}25 \cdot (-0{,}4)$;

4) $0{,}025 \cdot (-6{,}04) \cdot (-0{,}2) \cdot (-0{,}002)$.

9.23. Найдите значение выражения при $a = -0{,}2$, $b = 0{,}4$, $c = -0{,}5$, $d = -0{,}25$:

1) $-a(-5{,}028)(-c)$;

2) $-b(-60{,}6)(-d)$;

3) $ad(-2{,}504)(-c)b$;

4) $(-2{,}471c)(-a)\big((-b)(-d)\big)$.

9.24.* Вычислите, зная, что $333 \cdot 33 = 10\,989$:

1) $0{,}2 \cdot 3{,}33 \cdot 0{,}05 \cdot (-0{,}33)$;

2) $3{,}3 \cdot (-12{,}5) \cdot (-33{,}3) \cdot (-0{,}08)$;

3) $0{,}33 \cdot 0{,}25 \cdot (-33{,}3) \cdot (-0{,}04)$;

4) $-0{,}32 \cdot (-0{,}33) \cdot (-7{,}5) \cdot (-3{,}33) \cdot (-1{,}25)$.

9.25.° Значения каких из выражений равны?

а) $(-1{,}4) \cdot (3{,}87 + 2{,}86)$;

б) $(3{,}87 - 2{,}86) \cdot (-1{,}4)$;

в) $(-1{,}4) \cdot 3{,}97 + (-1{,}4) \cdot 2{,}86$;

г) $(-1{,}4) \cdot 3{,}87 - (-1{,}4) \cdot 2{,}68$;

д) $(-1{,}4) \cdot (3{,}87 - 2{,}68)$;

е) $3{,}87 \cdot (-1{,}4) - (-1{,}4) \cdot 2{,}86$;

ж) $(8{,}97 + 7{,}86) \cdot (-1{,}4)$;

з) $(-1{,}4) \cdot 3{,}87 + (-1{,}4) \cdot 2{,}86$.

Раскройте скобки **(9.26—9.27).**

9.26.° 1) $-2(a - b - c)$; 2) $-3(m + n - k)$;

3) $(2m - 8n + 3k) \cdot (-5)$; 4) $(-5a - 4b - 2c) \cdot (-4)$;

5) $-(3x - y + 5z)$; 6) $-(-4a + b - 3c)$;

7) $-(-6 - 7a + 3b - c)$; 8) $-(-9 - x - 2y - 9z)$.

Скачано с сайта www.aversev.by

9.27. 1) $-k-\big(s-(k+d)\big)$;
2) $-a+\big(b-(a-m)\big)$;
3) $4n+\big(-2n-(-3n+4)\big)$;
4) $9m-\big(3m-(5m-1)\big)$.

9.28. Упростите выражение $24\cdot a\cdot b-8\cdot a\cdot b-2{,}4\cdot a$ и вычислите его значение при:
1) $a=-\frac{1}{2}$, $b=1{,}25$;
2) $a=-\frac{1}{2}$, $b=-1{,}25$;
3) $a=-\frac{3}{4}$, $b=-2{,}5$;
4) $a=\frac{3}{4}$, $b=-2{,}5$.

9.29. Решите уравнение:
1) $3x-2x+8x=14$;
2) $7x-3x+4x=12$;
3) $-2(4-5x)-3(4-5x)=10$;
4) $-4(3x+1)+7(3x+1)=9$.

9.30.° Упростите выражение:
1) $7x-4x+5x-13$;
2) $-8y+3y-5y+11$;
3) $2(a-3b)-4(a-3b)+7(a-3b)-9$;
4) $5(p+2q)+3(p+2q)-2(p+2q)-4$.

9.31. Решите уравнение:
1) $-(2x-5)-(-3x-7)=-3$;
2) $-(3x+2)-(7-5x)=-6$;
3) $-4(x-2)-2(1-4x)=18$;
4) $-5(x-3)-(-7x-1)=2$.

9.32. Найдите значение выражения:
1) $5m-5n-12$, если $m-n=10$;
2) $1-2d-2c$, если $d+c=4$.

Найдите значение выражения **(9.33—9.35).**

9.33. 1) $-0{,}8\cdot(-2{,}5+10{,}125)$;
2) $-1{,}6\cdot(-0{,}75+0{,}625)$;
3) $-0{,}25\cdot(0{,}016-0{,}4)$;
4) $(-0{,}16-0{,}008)\cdot 12{,}5$.

Скачано с сайта www.aversev.by

9.34. 1) $29{,}05 \cdot (-42{,}4) + (-42{,}4) \cdot 10{,}95$;
2) $4{,}29 \cdot (-7{,}25) - (-7{,}25) \cdot 8{,}29$;
3) $2{,}36 \cdot (-4{,}05) - (-4{,}05) \cdot 11{,}36$;
4) $-1{,}021 \cdot 36{,}21 + (-1{,}021) \cdot 13{,}79$.

9.35. 1) $-8{,}6 \cdot 12{,}64 + 4{,}88 \cdot (-8{,}6) + (-8{,}6) \cdot 3{,}48$;
2) $-0{,}12 \cdot 13{,}27 + 10{,}65 \cdot (-0{,}12) - (-0{,}12) \cdot 15{,}94$;
3) $121{,}35 \cdot (-6{,}08) - 119{,}6 \cdot (-6{,}08) + 16{,}3 \cdot (-6{,}08)$;
4) $521{,}02 \cdot (-4{,}08) + 150{,}4 \cdot (-4{,}08) + (-4{,}08) \cdot 328{,}5$.

9.36. Найдите значение выражения:
1) $-(-0{,}2)^2 \cdot (-0{,}05)$;
2) $-0{,}4 \cdot (-2{,}5)^2$;
3) $-0{,}2 \cdot (-0{,}15)^2$;
4) $-(-0{,}05)^2 \cdot (-2{,}4)$;
5) $-(-0{,}4)^3 \cdot (-2{,}5)^2$;
6) $-(-0{,}8)^2 \cdot (-0{,}5)^3$.

9.37.* На соревнованиях по пулевой стрельбе каждый участник делает по три выстрела. При каждом попадании в десятку участнику дают возможность сделать еще три выстрела. После соревнований Дима сказал своему брату Ване, что попал в десятку несколько раз, сделав при этом 19 выстрелов. Однако Ваня сказал Диме, что этого быть не может. Почему Ваня так решил?

9.3. Взаимно обратные числа

Два рациональных числа, произведение которых равно 1, называются ***взаимно обратными числами.***

Например, числа $-\frac{5}{6}$ и $-\frac{6}{5}$ — взаимно обратные.

Говорят, что число $\frac{a}{b}$ обратно числу $\frac{b}{a}$ $(a \neq 0,\ b \neq 0)$, а число $-\frac{a}{b}$ обратно числу $-\frac{b}{a}$. Числа $\frac{a}{b}$ и $\frac{b}{a}$, числа $-\frac{a}{b}$ и $-\frac{b}{a}$ — это пары взаимно обратных чисел.

Скачано с сайта www.aversev.by

Заметим, что число, обратное положительному числу, положительно, а число, обратное отрицательному числу, отрицательно.

1. Какие два числа называются взаимно обратными?
2. Какое число обратно числу $\frac{c}{d}$ $(c \neq 0)$?

Упражнения

9.38.° Являются ли взаимно обратными числа:

1) $\frac{20}{33}$ и $\frac{33}{20}$;
2) $-\frac{36}{29}$ и $-\frac{29}{36}$;
3) $-\frac{5}{37}$ и $-7\frac{2}{5}$;
4) $-\frac{6}{23}$ и $3\frac{5}{6}$;
5) $-0{,}2$ и 5;
6) $2{,}5$ и $0{,}4$?

9.39.° Найдите число, обратное числу:

1) $\frac{6}{7}$;
2) $-\frac{17}{19}$;
3) $-14\frac{1}{3}$;
4) $21\frac{3}{4}$;
5) $-1{,}5$;
6) $-2{,}8$;
7) 14;
8) -42.

9.40. Сравните а) число a и обратное ему; б) число a и противоположное ему, если a равно:

1) $11\frac{1}{3}$;
2) $-11\frac{2}{5}$;
3) $-2\frac{3}{23}$;
4) $-2{,}5$;
5) $-5{,}1$;
6) 23.

9.41. Найдите число, обратное а) сумме чисел; б) разности первого и второго чисел:

1) $-1\frac{7}{9}$ и $3\frac{5}{6}$;
2) $-15\frac{4}{5}$ и $-20\frac{3}{5}$;
3) $-4{,}9$ и $-7{,}8$;
4) $6{,}8$ и $-9{,}8$;
5) 0 и $3\frac{3}{5}$;
6) $-1\frac{2}{3}$ и 0.

Скачано с сайта www.aversev.by

9.42. Найдите число, а) обратное произведению чисел; б) противоположное произведению чисел:

1) $-4{,}6$ и $-3{,}5$;
2) $0{,}035$ и $-0{,}24$;
3) $-\frac{3}{7}$ и $\frac{7}{9}$;
4) $\frac{5}{12}$ и $-\frac{3}{10}$;
5) $-1\frac{7}{18}$ и $0{,}36$;
6) $-3{,}2$ и $1\frac{5}{16}$.

9.43. Найдите число, а) обратное; б) противоположное значению выражения:

1) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$;
2) $\left(\frac{3}{5}\right)^3$;
3) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$;
4) $\left(-\frac{5}{6}\right)^2$;
5) $\left(-\frac{7}{3}\right)^3$;
6) $\left(-\frac{5}{2}\right)^3$.

9.44. Найдите число, обратное среднему арифметическому чисел:

1) $9\frac{1}{3}$ и $6\frac{2}{3}$;
2) $5\frac{1}{8}$ и $7\frac{5}{8}$;
3) $13\frac{1}{3}$, $17\frac{1}{2}$ и $82\frac{6}{17}$;
4) $5\frac{5}{6}$, $3\frac{1}{12}$ и $4\frac{3}{4}$.

Решите уравнение **(9.45—9.46)**.

9.45. 1) $\frac{2}{7}x = 1$;
2) $0{,}7y = 1$;
3) $1{,}4y = 1$;
4) $3\frac{1}{4}z = 1$.

9.46. 1) $\left(\frac{3}{5} - \frac{2}{5} \cdot \frac{15}{16}\right) \cdot y = 1$;
2) $\frac{1\frac{5}{7} \cdot 1\frac{1}{5}}{\frac{4}{7}} \cdot z = 1$;
3) $\frac{1\frac{1}{12} : \frac{7}{24}}{1\frac{5}{21}} \cdot k = 1$;
4) $\frac{\frac{11}{14} : 3\frac{4}{7}}{1\frac{7}{15} : 1\frac{1}{4}} \cdot p = 1$.

Скачано с сайта www.aversev.by

9.47.* Как изменится сумма двух чисел, если каждое слагаемое заменить числом:
1) обратным ему; 2) противоположным?

9.48.* Как изменится произведение двух чисел, если каждый множитель заменить числом:
1) обратным ему; 2) противоположным?

9.49.* *Задача Пуассона.* Некто имеет 12 пинт сока (пинта — 0,57 л) и желает подарить половину своему другу. Но у него нет сосуда емкостью 6 пинт, а есть два сосуда — 8 и 5 пинт. Каким образом можно налить 6 пинт сока в сосуд емкостью 8 пинт?

9.4. Деление рациональных чисел

Когда известно произведение рациональных чисел и один из множителей, то неизвестный множитель находят делением. Например, зная, что $q \cdot \frac{3}{11} = -\frac{2}{3}$, можно записать $q = \left(-\frac{2}{3}\right) : \frac{3}{11}$.

Поступим иначе: чтобы найти множитель q, умножим левую и правую части равенства $q \cdot \frac{3}{11} = -\frac{2}{3}$ на число $\frac{11}{3}$, обратное множителю $\frac{3}{11}$. Получим:

$$q \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{11}{3} = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{11}{3};$$

откуда $q = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{11}{3}$.

Таким образом, $q = \left(-\frac{2}{3}\right) : \frac{3}{11}$ и $q = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{11}{3}$, значит,

$$\left(-\frac{2}{3}\right) : \frac{3}{11} = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{11}{3}, \text{ т. е. } q = -\frac{22}{9}.$$

Скачано с сайта www.aversev.by

Отсюда делаем вывод:

чтобы одно рациональное число разделить на другое, отличное от нуля, можно делимое умножить на число, обратное делителю.

Пример 1. Найти частное $5,6 : \left(-\frac{7}{15}\right)$.

Решение. $5,6 : \left(-\frac{7}{15}\right) = \frac{56}{10} : \left(-\frac{7}{15}\right) = \frac{56}{10} \cdot \left(-\frac{15}{7}\right) =$

$$= -\frac{56 \cdot 15}{10 \cdot 7} = -12.$$

Ответ: -12.

Пример 2. Найти частное $\left(-3\frac{1}{7}\right) : \left(-2\frac{2}{21}\right)$.

Решение. $\left(-3\frac{1}{7}\right) : \left(-2\frac{2}{21}\right) = \left(-\frac{22}{7}\right) : \left(-\frac{44}{21}\right) =$

$$= \left(-\frac{22}{7}\right) \cdot \left(-\frac{21}{44}\right) = \frac{22 \cdot 21}{7 \cdot 44} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

Ответ: $1\frac{1}{2}$.

Примеры позволяют сделать следующие выводы:

чтобы разделить два числа с разными знаками, нужно разделить их модули и перед частным поставить знак «–»;

чтобы разделить два отрицательных числа, нужно разделить их модули.

Напомним, что, записывая частное, знак деления можно заменять чертой дроби и наоборот.

Например,

$$(-2) : 3 = \frac{-2}{3}; \quad -3\frac{2}{7} = -\frac{23}{7} = -(23 : 7) = (-23) : 7 = \frac{-23}{7}.$$

Таким образом, каждое отрицательное число можно записать в виде дроби, числитель которой — целое чис-

Скачано с сайта www.aversev.by

ло, а знаменатель — натуральное число. Аналогично для положительных чисел и нуля:

$$33{,}5 = \frac{67}{2};\ 4\frac{2}{3} = \frac{14}{3};\ 0 = \frac{0}{17} = \frac{0}{5}.$$

Следовательно,

каждое рациональное число можно записать в виде дроби $\frac{m}{n}$, где m — целое число, n — натуральное число.

Напоминаем: **на нуль делить нельзя!**

1. Как разделить одно число на другое?
2. Как разделить два числа:
   а) с разными знаками; б) с одинаковыми знаками?
3. В каком виде можно представить каждое рациональное число?

Упражнения

Найдите частное **(9.50—9.52).**

9.50.° 1) $6{,}4 : (-0{,}8)$; 2) $-6{,}8 : 1{,}7$;

3) $-\frac{2}{7} : 2$; 4) $-2 : \left(-\frac{5}{4}\right)$;

5) $-1 : \left(-\frac{1}{7}\right)$; 6) $1 : \left(-\frac{3}{10}\right)$.

9.51.° 1) $-87 : (-0{,}29)$; 2) $-0{,}12 : (-0{,}4)$;

3) $-1{,}5 : 0{,}03$; 4) $0{,}7 : (-0{,}035)$.

9.52.° 1) $16 : \left(-\frac{6}{7}\right)$; 2) $-25 : \left(-\frac{10}{11}\right)$;

3) $-\frac{8}{9} : \left(-\frac{9}{10}\right)$; 4) $-\frac{5}{8} : \frac{5}{12}$;

5) $-20\frac{5}{8} : \left(-13\frac{3}{4}\right)$; 6) $12\frac{2}{5} : \left(-3\frac{1}{10}\right)$.

Скачано с сайта www.aversev.by

9.53. Найдите значение выражения $a:\left(-2\frac{3}{5}\right)$ при a, равном:

1) 0; 2) -10; 3) $-\frac{5}{13}$; 4) $2\frac{3}{5}$.

9.54. Сравните:

1) -5 и $5:\left(-\frac{3}{4}\right)$; 2) 3 и $-3:\left(-\frac{8}{7}\right)$;

3) $1\frac{1}{3}$ и $-1\frac{1}{3}:\left(-\frac{2}{5}\right)$; 4) $-\frac{3}{5}$ и $\frac{3}{5}:\left(-\frac{1}{2}\right)$.

9.55. Найдите число, а) обратное; б) противоположное частному чисел:

1) 0,48 и $-1,2$; 2) $-17,328$ и $-4,56$;

3) $\frac{5}{12}$ и $-\frac{25}{36}$; 4) $-\frac{15}{22}$ и $-\frac{3}{11}$;

5) $-2\frac{1}{7}$ и $-11\frac{11}{14}$; 6) $-3\frac{3}{5}$ и $1\frac{11}{25}$.

Найдите значение выражения **(9.56—9.57).**

9.56. 1) $\dfrac{-5\frac{4}{5}:\left(-\frac{4}{17}\right)}{-3\frac{2}{5}}$; 2) $\dfrac{11\frac{1}{3}:\left(-\frac{4}{21}\right)}{-4\frac{1}{4}}$;

3) $\dfrac{\frac{28}{29}:\left(-\frac{4}{29}\right)}{-\frac{7}{9}:\frac{1}{9}}$; 4) $\dfrac{-8\frac{13}{16}:\frac{47}{64}}{-1\frac{1}{35}:\left(-3\frac{1}{2}\right)}$.

9.57. 1) $\dfrac{-40,2\cdot 8,1\cdot(-4,8)}{0,048\cdot(-0,81)}$; 2) $\dfrac{-2,56\cdot 0,44\cdot 2,25}{3,2\cdot(-0,12)\cdot(-0,6)}$;

3) $\dfrac{7,8\cdot(-1,001)\cdot(-0,625)}{-18,2\cdot(-0,26)\cdot 0,125}$;

4) $\dfrac{3,6\cdot(-75,3)\cdot(-0,25)}{-150,6\cdot(-7,5)\cdot(-7,2)\cdot 18}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

Решите уравнение **(9.58—9.59).**

9.58. 1) $-1{,}3 : a = -2{,}6$; 2) $16{,}9 : b = -13$;
3) $0{,}6 \cdot k = -36{,}06$; 4) $-2{,}5 \cdot p = -0{,}375$;
5) $-8\frac{7}{9} : x = 8\frac{7}{9}$; 6) $-6\frac{1}{2} \cdot y = 1$.

9.59. 1) $-5\frac{1}{3} \cdot (-r) = -1$; 2) $-t : \left(-2\frac{1}{6}\right) = 1$;
3) $-100 : (-n) = -3\frac{1}{8}$; 4) $-1\frac{11}{16} : (-m) = -2\frac{1}{4}$.

9.60. Найдите неизвестный член пропорции:
1) $\frac{x}{-4{,}6} = \frac{-17{,}4}{-13{,}8}$; 2) $\frac{-11{,}2}{140} = \frac{-16{,}8}{x}$;
3) $-1\frac{2}{5} : (-x) = 11\frac{2}{3} : \left(-2\frac{2}{9}\right)$;
4) $-x : \frac{5}{6} = \frac{2}{7} : \left(-\frac{3}{14}\right)$.

9.61. Запишите двумя способами рациональное число в виде обыкновенной дроби, где числитель — целое число, а знаменатель — натуральное число:
1) -2; 2) 0; 3) $-6{,}7$; 4) $-5{,}3$;
5) $-7\frac{2}{3}$; 6) $-4\frac{1}{7}$; 7) $7{,}81$; 8) $9\frac{3}{7}$.

9.62.* В театре 28 рядов по 32 места в каждом. Все места пронумерованы, начиная с первого ряда. В каком ряду находится место № 675?

9.5. Графики прямой и обратной пропорциональности

Пусть пешеход движется с постоянной скоростью $5\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Расстояние s км, пройденное пешеходом за t ч, равно произведению скорости пешехода и времени, за которое пройдено это расстояние: $s = 5t$.

Скачано с сайта www.aversev.by

Говорят, что *эта формула описывает* ***зависимость*** *между временем t и расстоянием s, пройденным за это время при постоянной скорости.* Она выражает известный факт: **пройденное расстояние прямо пропорционально времени, за которое оно пройдено.** Действительно, во сколько раз увеличивается значение t, во столько же раз увеличивается и значение s. В общем случае

две величины x и y прямо пропорциональны, если они связаны формулой $y = k \cdot x$ ($k \neq 0$).

Эту формулу называют ***формулой прямой пропорциональности***, а число k — ***коэффициентом прямой пропорциональности***.

Прямую пропорциональность можно наглядно изобразить графиком на координатной плоскости.

Например, рассмотрим прямую пропорциональность с коэффициентом $k = 2$, т. е. $y = 2x$.

Придадим несколько значений x и вычислим соответствующие значения y. Заполним таблицу:

x	-2	-1	0	1	2	3
y	-4	-2	0	2	4	6

Построим прямоугольную систему координат.

На координатной плоскости отметим точки $(x; y)$ с указанными в таблице координатами (рис. 89): $(-2; -4)$, $(-1; -2)$, $(0; 0)$, $(1; 2)$, $(2; 4)$, $(3; 6)$.

Легко увидеть, что все отмеченные точки $(x; y)$ лежат на одной прямой, проходящей через начало координат. Для этого достаточно приложить к ним линейку.

Соединим отмеченные точки сплошной линией — прямой (рис. 90). Она и будет графиком прямой пропорциональности $y = 2x$.

Скачано с сайта www.aversev.by

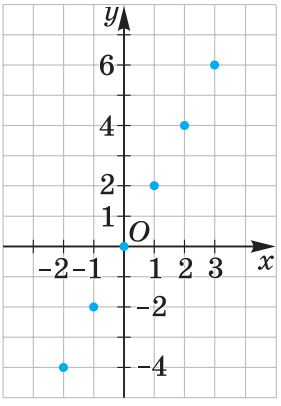


Рис. 89

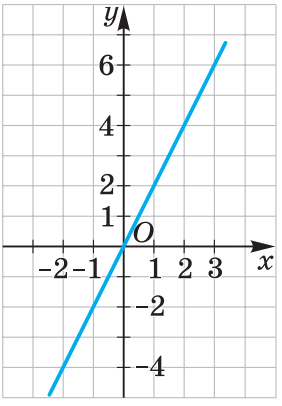


Рис. 90

Вообще,

***график прямой пропорциональности* — это прямая, проходящая через начало координат.**

Прямая определяется любыми двумя точками, лежащими на ней. Поэтому мы можем сказать, что графиком прямой пропорциональности $y = 2x$ является прямая, проходящая через начало координат и точку (1; 2). Конечно, вместо точки (1; 2) можно указать любую другую точку на этой прямой.

Рассмотрим задачу.

За какое время t мин игрушечный автомобиль, скорость которого v $\frac{\text{м}}{\text{мин}}$, преодолеет участок пути 12 м?

Решение этой задачи задается формулой $t = \frac{12}{v}$.

Говорят, что *эта формула описывает* ***зависимость*** *между скоростью v и временем t, за которое с этой скоростью пройден определенный участок пути.* Она выражает известный факт: **время, которое необходимо, чтобы преодолеть определенный участок пути, обратно пропорционально скорости на этом участке.** Действительно, во сколько раз увеличивается значение v, во столько раз уменьшается значение t.

Скачано с сайта www.aversev.by

В общем случае

две величины x и y обратно пропорциональны, если они связаны формулой $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$).

Эту формулу называют ***формулой обратной пропорциональности***, а число k — ***коэффициентом обратной пропорциональности***.

Обратную пропорциональность, как и прямую, можно изобразить графиком. Рассмотрим обратную пропорциональность из задачи: $t = \frac{12}{v}$.

Придадим несколько значений v и вычислим соответствующие значения t. Заполним таблицу:

v, $\frac{\text{м}}{\text{мин}}$	1	2	3	4	5	6
t, мин	12	6	4	3	2,4	2

v, $\frac{\text{м}}{\text{мин}}$	7	8	9	10	11	12
t, мин	1,7	1,5	1,3	1,2	1,1	1

Обратите внимание: так как по смыслу задачи скорость v положительна, мы придаем v только положительные значения.

Построим прямоугольную систему координат. На оси абсцисс будем отмечать значения v из таблицы, а на оси ординат — соответствующие им значения t.

Таким образом, на координатной плоскости отметим точки $(v; t)$: (1; 12), (2; 6), (3; 4), (4; 3), (5; 2,4), (6; 2), (7; 1,7), (8; 1,5), (9; 1,3), (10; 1,2), (11; 1,1), (12; 1) (рис. 91). Соединим отмеченные точки сплошной плавной линией (рис. 92). Эта линия и будет ***графиком обратной пропорциональности*** $t = \frac{12}{v}$ для положительных значений v.

Скачано с сайта www.aversev.by

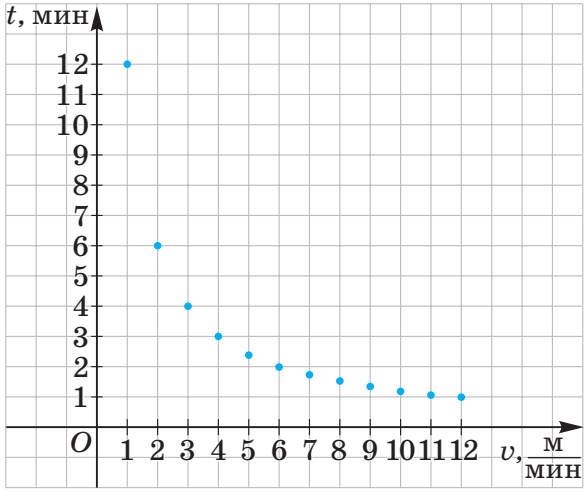


Рис. 91

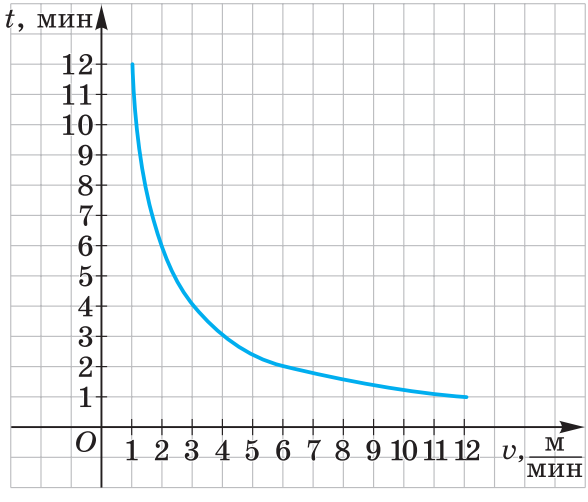


Рис. 92

Если бы мы в общем случае изображали график обратной пропорциональности $y = \frac{k}{x}$, то придавали бы x и положительные, и отрицательные значения ($x \neq 0$, т. к. на нуль делить нельзя). Тогда график, например, при $k = 3$ имел бы вид, как на рисунке 93.

Скачано с сайта www.aversev.by

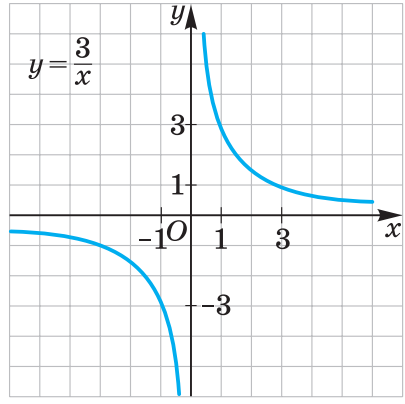


Рис. 93

1. Запишите формулу: а) прямой пропорциональности; б) обратной пропорциональности.
2. Как построить по формуле график: а) прямой пропорциональности; б) обратной пропорциональности?

Упражнения

9.63.° Заполнив таблицу (в тетради), изобразите график обратной пропорциональности:

1)

x	–8	–4	–2	–1	1	2	4	8
$y=\frac{4}{x}$								

2)

x	–6	–3	–2	–1	1	2	3	6
$y=\frac{6}{x}$								

9.64.° Принадлежит ли графику прямой пропорциональности $y = -4{,}5x$ точка:

1) $A(-1;\ 0)$; 2) $D(-2;\ 9)$;
3) $C(1;\ -4{,}5)$; 4) $M(0;\ 8)$;
5) $K(-10;\ -45)$; 6) $N(-4;\ -18)$?

Скачано с сайта www.aversev.by

9.65.° Какие из точек $A(1;\ 5)$, $B\left(1;\frac{1}{5}\right)$, $C(10;\ 2)$, $D(0;\ 0)$, $E(-1;\ 5)$, $P(-5;\ -1)$ принадлежат графику прямой пропорциональности:

1) $y=\frac{1}{5}x$; 2) $y=-5x$?

9.66.° Принадлежит ли графику обратной пропорциональности $y=-\frac{15}{x}$ точка:

1) $A(-1;\ 15)$; 2) $B(3;\ 5)$;
3) $C(10;\ -1{,}5)$; 4) $D(-0{,}5;\ 30)$;
5) $K\left(\frac{1}{3};45\right)$; 6) $K\left(\frac{3}{5};-25\right)$?

9.67.° По формуле $y=-\frac{6}{x}$ найдите соответствующие значения:

1) y для x, равных: $-8;\ -6;\ -3;\ 2;\ 4;\ 9$;
2) x для y, равных: $-10;\ -4;\ -2;\ -1;\ 6;\ 8$.

9.68. Изобразите график прямой пропорциональности, зная, что он проходит через точку M, и задайте эту пропорциональность формулой, если:

1) $M(2;\ -6)$; 2) $M(-2;\ -8)$;
3) $M(-3;\ -9)$; 4) $M(-6;\ 2)$.

9.69. Изобразите график прямой пропорциональности и назовите пять таких его точек, координаты которых являются целыми числами:

1) $y=-\frac{4}{3}x$; 2) $y=-\frac{3}{4}x$;
3) $y=2{,}5x$; 4) $y=1{,}5x$.

9.70. Есть ли на графике прямой пропорциональности $y=3{,}5x$ точки с абсциссами: 100; 2000; –300; –1200? Если да, то укажите координаты этих точек.

Скачано с сайта www.aversev.by

9.71. На рисунке 94 изображен график зависимости длины b прямоугольника с постоянной площадью S от ширины a. Укажите:

1) b, если a равно: 1 см, 2 см, 4 см, 8 см;

2) a, если b равно: 1 см, 2 см, 4 см, 8 см;

3) S.

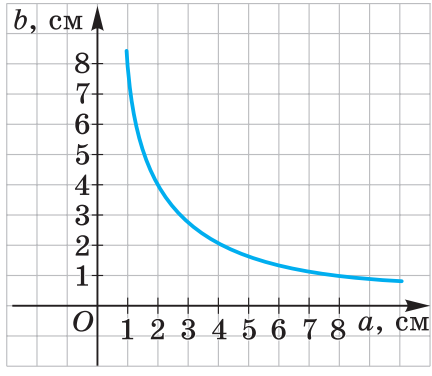


Рис. 94

9.72. Используя рисунок 93, по графику $y = \frac{3}{x}$ укажите три значения:

1) x, при которых $y < 1$;

2) y, при которых $x < -3$;

3) y, при которых $x > 2$;

4) x, при которых $y > 3$.

9.73. Найдите k, если график прямой пропорциональности $y = kx$ проходит через точку:

1) $B(-5;\ 1)$; 2) $D(4;\ 8)$;

3) $M(-24;\ -12)$; 4) $P(60;\ -12)$.

9.74. Задайте формулой обратную пропорциональность, зная, что ее график проходит через точку:

1) $A(12;\ 24)$; 2) $B(-26;\ -13)$;

3) $C(-30;\ 15)$; 4) $D(25;\ -5)$.

9.75.* Найдите значение выражения

$2009 \cdot 200\,820\,082\,008 - 2008 \cdot 200\,920\,092\,009$.

Скачано с сайта www.aversev.by

9.6. График линейной зависимости

Рассмотрим формулу $y = kx + b$, где x и y — переменные, а k и b — некоторые числа.

Зависимость между переменными x и y, выраженная этой формулой, называется ***линейной зависимостью***.

Приведем примеры линейной зависимости:

$y = 2x + 1$; $y = -2x + 1$; $y = 2x - 1$; $y = -2x - 1$.

Каждую из этих линейных зависимостей можно изобразить графиком на координатной плоскости.

Рассмотрим, например, линейную зависимость $y = -2x + 1$. Придадим несколько значений переменной x и вычислим соответствующие значения переменной y. Результаты поместим в таблицу:

x	–1,5	–1	–0,5	0	0,5	1	1,5
y	4	3	2	1	0	–1	–2

Построим прямоугольную систему координат. На координатной плоскости отметим точки с указанными в таблице координатами (рис. 95): (–1,5; 4), (–1; 3), (–0,5; 2), (0; 1), (0,5; 0), (1; –1), (1,5; –2).

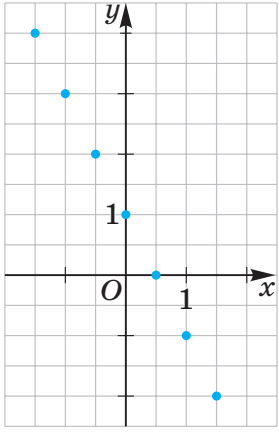


Рис. 95

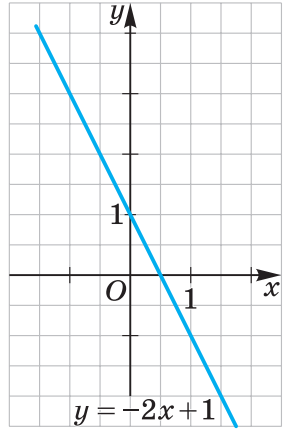


Рис. 96

Скачано с сайта www.aversev.by

Легко убедиться, что все отмеченные точки $(x; y)$ лежат на одной прямой.

Соединим отмеченные точки сплошной линией — прямой (рис. 96). Эта линия и будет графиком линейной зависимости.

Вообще,

! ***график линейной зависимости* — это прямая.**

Прямая определяется любыми двумя точками, лежащими на ней. Поэтому можно сказать, что графиком линейной зависимости $y = -2x + 1$ является прямая, проходящая через точки $(-1; 3)$ и $(1; -1)$ или через точки $(0; 1)$ и $(0{,}5; 0)$ (см. рис. 96).

На рисунках 97, 98, 99 изображены графики линейных зависимостей $y = 2x + 1$; $y = 2x - 1$; $y = -2x - 1$.

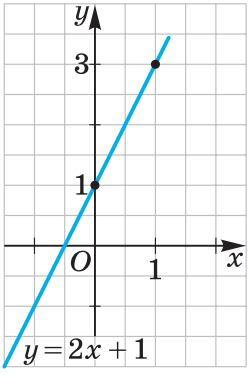


Рис. 97

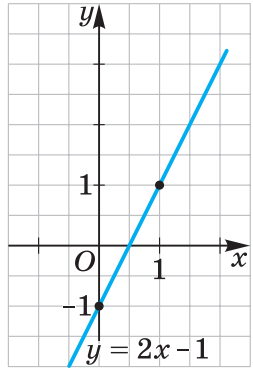


Рис. 98

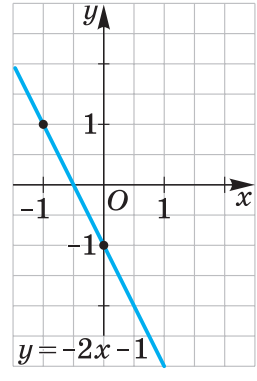


Рис. 99

! **Прямая пропорциональность $y = kx$ ($kx \neq 0$) — это частный случай линейной зависимости $y = kx + b$ при $b = 0$.**

? 1. Запишите формулу линейной зависимости.
2. Как построить график линейной зависимости?

Скачано с сайта www.aversev.by

Упражнения

9.76.° Изобразите график линейной зависимости и назовите три его точки, координаты которых — числа разных знаков:

1) $y = 5 - 3x$;
2) $y = 3x - 4$;
3) $y = -2x - 3$;
4) $y = -4x + 3$;
5) $y = \frac{3x}{4} - 2$;
6) $y = 3 - \frac{5x}{2}$;
7) $y = \frac{5x}{2} + 3$;
8) $y = -\frac{7x}{2} - 1$.

9.77.° Принадлежит ли графику линейной зависимости $y = -2x + 3$ точка:

1) $K(0;\ -3)$;
2) $M(-1;\ 1)$;
3) $N(1;\ 1)$;
4) $P(-3;\ -3)$;
5) $T\ (0{,}5;\ -2)$;
6) $F(-0{,}25;\ 3{,}5)$?

9.78.° Есть ли на графике линейной зависимости $y = 5 - 4x$ точка с абсциссой:

1) -2000;
2) 3000;
3) 1500;
4) -1100?

Если да, то найдите ординату этой точки.

9.79.° Есть ли на графике линейной зависимости $y = -4x - 3$ точка с ординатой:

1) $100{,}3$;
2) $-53{,}8$;
3) $-24{,}4$;
4) $200{,}1$?

Если да, то найдите ее абсциссу.

9.80. Найдите k, если график линейной зависимости $y = kx - 3\frac{2}{5}$ проходит через точку:

1) $M(-1;\ 2)$;
2) $K(1;\ -2)$;
3) $T\left(2; -3\frac{1}{3}\right)$;
4) $T\left(-2; -5\frac{1}{3}\right)$.

Скачано с сайта www.aversev.by

9.81. На рисунке 100 указана функция, используя это, укажите по три точки графика данной линейной зависимости, у которых:

а) абсцисса $x < 0$; б) абсцисса $x > 0$;

в) ордината $y > 0$; г) ордината $y < 0$.

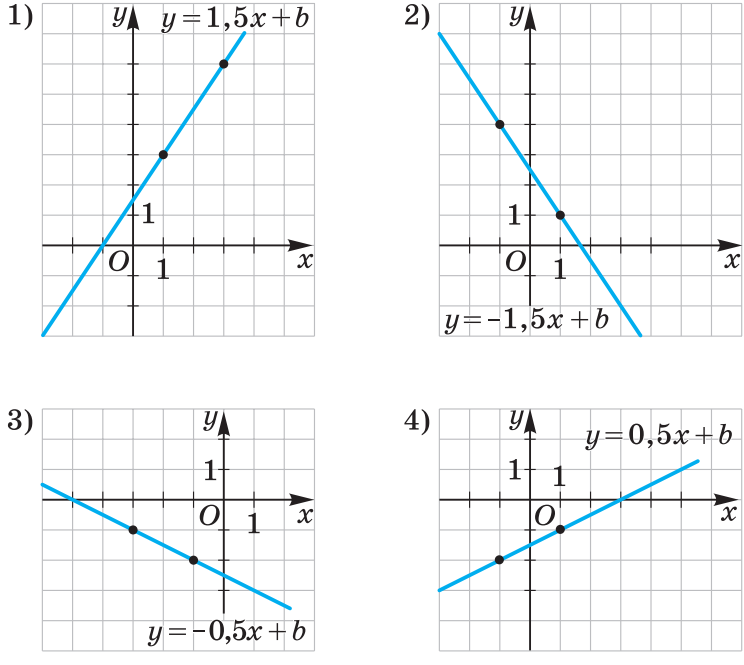


Рис. 100

9.82. Найдите a, если точка $M(2; 3a)$ принадлежит графику линейной зависимости:

1) $y = 7x - 5$; 2) $y = 7 - 5x$;

3) $y = -\frac{6}{11}x + 9$; 4) $y = -\frac{13}{8}x - 6$.

9.83.* В десятичной дроби $-50{,}0050505$ зачеркните три одинаковые цифры а) 0; б) 5 так, чтобы из возможных чисел получилось:

1) наибольшее; 2) наименьшее.

Скачано с сайта www.aversev.by

9.84.* Известно, что $|m|<|n|$ и $|n|<|p|$. Как расположены точки $M(m)$, $N(n)$ и $P(p)$ на координатной прямой, если ни одно из чисел m, n, p не равно нулю (в таблице отмечены их знаки — 8 вариантов)?

	1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)
m	+	+	+	+	−	−	−	−
n	+	+	−	−	−	−	+	+
p	+	−	+	−	+	−	+	−

9.7. Упражнения на все действия с рациональными числами

Пример 1. Найти значение выражения

$$\frac{7\cdot 0,9+2,5:\left(\left(16\frac{1}{3}:3,5+9,2\right):5,2+7\frac{1}{3}\right)}{\frac{2}{3}-2,4:5\frac{5}{8}}.$$

Решение. Определим порядок действий в данном выражении (сделайте это) и выполним их поочередно.

1) $16\frac{1}{3}:3,5=\frac{49}{3}:\frac{7}{2}=\frac{49\cdot 2}{3\cdot 7}=\frac{14}{3}=4\frac{2}{3}$;

2) $4\frac{2}{3}+9,2=4\frac{2}{3}+9\frac{1}{5}=13\frac{13}{15}$;

3) $13\frac{13}{15}:5,2=\frac{13\cdot 15+13}{15}:\frac{26}{5}=\frac{13\cdot 16\cdot 5}{15\cdot 26}=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$;

4) $2\frac{2}{3}+7\frac{1}{3}=10$;

5) $7\cdot 0,9=6,3$;

6) $2,5:10=0,25$;

7) $6,3+0,25=6,55$;

Скачано с сайта www.aversev.by

8) $2,4 : 5\frac{5}{8} = \frac{12}{5} : \frac{45}{8} = \frac{12 \cdot 8}{5 \cdot 45} = \frac{32}{75}$;

9) $\frac{2}{3} - \frac{32}{75} = \frac{50}{75} - \frac{32}{75} = \frac{18}{75} = \frac{6}{25}$;

10) $6,55 : \frac{6}{25} = \frac{655}{100} : \frac{6}{25} = \frac{655 \cdot 25}{100 \cdot 6} = \frac{655}{24} = 27\frac{7}{24}$.

Ответ: $27\frac{7}{24}$.

Пример 2. Решить уравнение

$$\frac{1,4 - x}{1,5} = \frac{2,3 \cdot \left(3,25 - \frac{9}{4}\right)}{1\frac{11}{40}}.$$

Решение. Используя основное свойство пропорции, получаем $(1,4 - x) \cdot 1\frac{11}{40} = 2,3 \cdot \left(3,25 - \frac{9}{4}\right) \cdot 1,5$.

Найдем значение правой части:

$$2,3 \cdot (3,25 - 2,25) \cdot 1,5 = 2,3 \cdot 1 \cdot 1,5 = 3,45 = \frac{345}{100} = \frac{69}{20}.$$

Таким образом, имеем

$$(1,4 - x) \cdot \frac{51}{40} = \frac{69}{20},$$

откуда $1,4 - x = \frac{69}{20} : \frac{51}{40}$; т. е. $1,4 - x = \frac{46}{17}$.

Значит, $x = 1,4 - \frac{46}{17}$, т. е. $x = -1\frac{26}{85}$ (убедитесь в этом).

Ответ: $-1\frac{26}{85}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

Упражнения

Найдите значение выражения **(9.85—9.87).**

9.85. 1) $\left(\frac{5}{6}-1\frac{3}{5}\right)\cdot\left(-\frac{4}{5}-1,2\right)$;

2) $\left(5\frac{2}{3}-8\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{34}{111}+\frac{2}{3}\right)$;

3) $-20\frac{4}{5}:\left(4\frac{7}{10}-78,52:5,2\right)$;

4) $\left(15\frac{11}{35}+19\frac{2}{7}\right):(54,3-71,6)$.

9.86. 1) $\dfrac{6\frac{1}{7}:\left(\left(\left(1\frac{5}{6}-7\frac{1}{5}:2,7\right)\cdot 5,4-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{8}\right.}{5,2+1\frac{11}{20}}:\left(-\frac{5}{36}\right)$;

2) $1,4\cdot\left(\frac{5}{7}:\dfrac{\left(1,5-6\frac{2}{7}:2\frac{13}{21}\right)\cdot 1\frac{23}{27}-3\frac{1}{3}}{\left(5,7:3\frac{4}{5}+\frac{1}{2}\right):8}-0,25\right)-7,6$.

9.87. 1) $0,2+\dfrac{\left(5\frac{1}{25}\cdot 7,125+5,04\right):9,1\cdot\frac{8}{27}}{2-1\frac{2}{3}:1,5}\cdot\frac{8}{15}$;

2) $\dfrac{1,2+\left(\left(\left(9\frac{1}{6}:2,75-0,8\right)\cdot 0,6+1\frac{7}{25}\right):1,75\right.}{3\frac{1}{3}-0,4\cdot 3\frac{2}{3}}+1\frac{1}{2}$.

9.88. Найдите значение выражения:

1) $(2\cdot a^3+5\cdot a^2):a$ при $a=\frac{1}{2}$;

2) $(8\cdot a^3-4\cdot a^2):(2a)$ при $a=-\frac{1}{2}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

9.89. Решите уравнение:

1) $0,6 \cdot (x + 1,2) - 0,4x = 2,8$;

2) $3,2 \cdot (x - 0,5) + 0,8x = \frac{8}{5}$;

3) $66\frac{3}{5} : \left(5 + 3,2 : \frac{0,8 - 0,4x}{0,5}\right) = 7\frac{2}{5}$;

4) $109\frac{1}{5} : \left(5\frac{9}{25} + \frac{10,08 - 20,16x}{0,8}\right) = 10\frac{1}{2}$.

9.90.* Найдите неизвестный член пропорции:

1) $\frac{2\frac{1}{2} - x}{x} = \frac{7\frac{1}{2}}{1\frac{7}{8}}$;

2) $\frac{1\frac{3}{4} + x}{x} = \frac{3\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}}$;

3) $\frac{3,75 - x}{\frac{1}{2}} = \frac{x - 2,5}{\frac{1}{3}}$;

4) $\frac{2,8 + x}{\frac{1}{2}} = \frac{4,6 - x}{\frac{17}{40}}$.

9.91.* На карточках написаны все двузначные числа. Карточек столько, сколько двузначных чисел. Сколько карточек надо взять не глядя, чтобы по крайней мере одно из чисел делилось:

1) на 2;

2) на 7;

3) на 2 и на 7?

9.92.* Из пункта A в пункт B выехал мотоциклист. Одновременно из пункта B в пункт A выехал автомобиль. До встречи мотоциклист проехал 75 км, а автомобиль до встречи затратил $\frac{2}{3}$ времени, за которое проехал весь путь от B до A. Какова длина всего пути?

Скачано с сайта www.aversev.by

Глава 10

СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

10.1. Степень с натуральным показателем

Пусть a — произвольное число. Вы уже знаете, что произведение двух множителей, равных a, обозначается a^2, а произведение трех множителей, равных a, обозначается a^3, т. е.

$$a^2 = a \cdot a,$$
$$a^3 = a \cdot a \cdot a.$$

Аналогично обозначается $a \cdot a \cdot a \cdot a = a^4$ (читается: *a в 4-й степени*), $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$ (читается: *a в 5-й степени*) и т. д. Вообще, **произведение n множителей, равных a, обозначается a^n, т. е.**

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ раз}}$$

Напомним, что выражение a^n читается: *a в n-й степени* или *a в степени n*. Такая форма записи употребляется и в том случае, когда в правой части равенства стоит просто a; мы обозначаем

$$a^1 = a.$$

Выражение a^n называется ***n-й степенью числа a***. Число a называется ***основанием степени***, а число n — ***показателем степени***.

Скачано с сайта www.aversev.by

Таким образом,

степень числа a с натуральным показателем n ($n > 1$) — это произведение n множителей, каждый из которых равен a;
степень числа a с показателем 1 — это само число a.

Возвести число a в n-ю степень — это значит найти значение выражения a^n.

Пример 1. Вычислить $0{,}2^6 + 0{,}3^5$.

Решение.

$$0{,}2^6 + 0{,}3^5 =$$
$$= 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 + 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 =$$
$$= 0{,}000064 + 0{,}00243 = 0{,}002494.$$

Ответ: $0{,}002494$.

Пример 2. Записать в виде степени числа 10 единицы шестого и девятого разрядов.

Решение. $1\,000\,000 = 10^6$; $1\,000\,000\,000 = 10^9$.

При любом натуральном показателе n верны равенства

$$\boxed{0^n = 0 \quad \text{и} \quad 1^n = 1}$$

Так как произведение двух отрицательных чисел является положительным числом, то

при возведении отрицательного числа в степень с четным показателем получается положительное число, а при возведении отрицательного числа в степень с нечетным показателем получается отрицательное число.

Например,

$$(-2)^4 = -2(-2)(-2)(-2) = 16;$$
$$(-2)^3 = -2(-2)(-2) = -8.$$

Скачано с сайта www.aversev.by

Понятие степени числа, означавшее произведение некоторого числа равных множителей, возникло более 400 лет назад. Современная запись a^2, b^7, ..., x^n была введена французским математиком Р. Декартом в 1637 г.

1. Как называется выражение a^n?
2. Как в выражении a^n называются числа a и n?
3. Что значит возвести число a в n-ю степень?
4. Что означает запись a^1?
5. Положительное или отрицательное число получится при возведении отрицательного числа в степень:
   а) с четным показателем; б) с нечетным показателем?

Упражнения

Запишите произведение степенью. Прочитайте степень и назовите ее показатель и основание **(10.1—10.2).**

10.1.° 1) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$;
2) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$;
3) $-4{,}9(-4{,}9)(-4{,}9)(-4{,}9)(-4{,}9)(-4{,}9)$;
4) $-3\frac{1}{3}\left(-3\frac{1}{3}\right)\left(-3\frac{1}{3}\right)\left(-3\frac{1}{3}\right)\left(-3\frac{1}{3}\right)\left(-3\frac{1}{3}\right)$.

10.2.° 1) $k \cdot k \cdot k \cdot k \cdot k \cdot k$;
2) $b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$;
3) $y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y$;
4) $m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m$.

10.3. Представьте в виде произведения одинаковых множителей степень:
1) a^4; 2) b^7; 3) m^3; 4) p^5.

10.4. Определите, какое из чисел больше:
1) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ или $\left(\frac{1}{3}\right)^3$; 2) $\left(\frac{1}{5}\right)^3$ или $\left(\frac{1}{5}\right)^2$;
3) $\left(-\frac{6}{7}\right)^9$ или $\left(-\frac{7}{8}\right)^{10}$; 4)* $\left(-\frac{9}{5}\right)^4$ или $\left(-\frac{9}{8}\right)^{12}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

10.5. Не вычисляя разместите по возрастанию:

1) $\left(-4\frac{1}{7}\right)^3$; $\left(-4\frac{1}{3}\right)^4$; $\left(\frac{3}{5}\right)^2$; $\left(2\frac{1}{4}\right)^2$;

2) $(-5)^3$; $\left(\frac{2}{5}\right)^4$; $(-1,5)^2$; $(-0,5)^7$.

10.6.* Найдите значения выражений:

а) $a - b$; б) $a - (-b)$;

в) $-a - b$; г) $-a + b$;

д) $-a - (-b)$; е) $a + (-b)$,

если известно, что:

1) $a < 0$, $b < 0$, $|a| + |b| = 375$ и $|a| - |b| = 125$;

2) $a < 0$, $b > 0$, $|a| + |b| = 98{,}4$ и $|a| - |b| = -16{,}8$.

10.7.* Во сколько раз стоимость товара:

1) повысилась, если она возросла на 50 %;

2) понизилась, если его уценили на 50 %?

10.2. Умножение и деление степеней с натуральными показателями

Преобразуем произведение $a^3 \cdot a^5$:

$$a^3 \cdot a^5 = (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a) =$$
$$= a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^8 = a^{3+5}.$$

Итак, получили $a^3 \cdot a^5 = a^{3+5}$.

Вообще,

при любом числе a и натуральных числах m и n верно равенство

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Таким образом,

при умножении степеней с одинаковыми основаниями основание остается прежним, а показатели степеней складываются.

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 1. Выполнить действия:

а) $19^7 \cdot 19^5$; б) $(-0{,}3)^6 \cdot (-0{,}3)^7$.

Решение.

а) $19^7 \cdot 19^5 = 19^{7+5} = 19^{12}$;

б) $(-0{,}3)^6 \cdot (-0{,}3)^7 = (-0{,}3)^{6+7} = -0{,}3^{13}$.

Ответ: а) 19^{12}; б) $-0{,}3^{13}$.

Рассмотрим частное $a^8 : a^3$ $(a \neq 0)$. Разделить a^8 на a^3 — это значит найти такое x, что $a^3 \cdot x = a^8$. Очевидно, что $x = a^5$. Значит,

$$a^8 : a^3 = a^5 = a^{8-3}.$$

Вообще,

при любом числе $a \neq 0$ и натуральных числах m и n, $m > n$ верно равенство $a^m : a^n = a^{m-n}$, т. е.

$$a^m : a^n = a^{m-n} \ (a \neq 0)$$

Таким образом,

при делении степеней с одинаковыми основаниями основание остается прежним, а из показателя делимого вычитается показатель делителя.

Обратите внимание на то, что показатель делимого больше показателя делителя. Далее будут рассмотрены и другие случаи.

Пример 2. Записать $\dfrac{2^{17} \cdot 64}{8 \cdot 16}$ степенью с основанием 2.

Решение. *Способ 1.*

$$\frac{2^{17} \cdot 64}{8 \cdot 16} = \frac{2^{17} \cdot 2^6}{2^3 \cdot 2^4} = \frac{2^{17+6}}{2^{3+4}} = \frac{2^{23}}{2^7} = 2^{23-7} = 2^{16}.$$

Ответ: 2^{16}.

Способ 2. $\dfrac{2^{17} \cdot 64}{8 \cdot 16} = \dfrac{2^{17}}{2^1} = 2^{17-1} = 2^{16}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 3. Вычислить $\dfrac{(-3)^7 \cdot 2^8 \cdot 81}{9 \cdot (-2)^6 \cdot 16 \cdot 3^5}$.

Решение. $\dfrac{(-3)^7 \cdot 2^8 \cdot 81}{9 \cdot (-2)^6 \cdot 16 \cdot 3^5} = \dfrac{-3^7 \cdot 2^8 \cdot 3^4}{3^2 \cdot 2^6 \cdot 2^4 \cdot 3^5} = \dfrac{-3^{11} \cdot 2^8}{3^7 \cdot 2^{10}} =$

$= \dfrac{-3^4}{2^2} = \dfrac{-81}{4} = -20\dfrac{1}{4}.$

Ответ: $-20\dfrac{1}{4}$.

1. Как умножают степени с натуральными показателями и одинаковыми основаниями?
2. Как делят степени с натуральными показателями и одинаковыми основаниями?

Упражнения

10.8.° Запишите в виде степени с основанием 2:

1) $1024 \cdot 2^4$;
2) $256 \cdot 2^3$;
3) $8 \cdot 256 \cdot 2^4$;
4) $512 \cdot 2^4 \cdot 4$;
5) $2^k \cdot 8 \cdot 2^7$;
6) $2^m \cdot 16 \cdot 2^{10}$.

10.9.° Запишите в виде степени с основанием 3:

1) $729 \cdot 3^4$;
2) $243 \cdot 9$;
3) $3^2 \cdot 3^a \cdot 81$;
4) $3^k \cdot 3^{11} \cdot 27$;
5) $243 \cdot 3^{t+1}$;
6) $3^{t+4} \cdot 729$.

10.10.° Найдите значение выражения:

1) $p \cdot p^5 \cdot p^2$ при p, равном -2; 1; 2;
2) $p^2 \cdot p \cdot p^4$ при p, равном -1; 1; 3.

10.11.° При каком значении m верно равенство:

1) $16m = 2^{10}$;
2) $243m = 3^{10}$;
3) $125m = 5^7$;
4) $49m = 7^8$?

10.12.° Определите знак значения выражения:

1) $(-7)^{284} \cdot (-2)^{31} \cdot 5{,}1^3 \cdot (-4)^{89}$;
2) $4^{81} \cdot (-8)^{21} \cdot (-3)^{29} \cdot 3{,}5^2$;

Скачано с сайта www.aversev.by

3) $(-7+7)^{10} \cdot (-12)^{13} \cdot 5{,}2^8 \cdot (-31{,}7)^{15} \cdot 61{,}4^9 \times$
$\times (-51)^4 \cdot (-759)^{27}$;
4) $(13-13)^{21} \cdot 23{,}13^{15} \cdot (-32{,}9)^{20} \cdot (-67{,}1)^{41} \times$
$\times 54{,}23^{23} \cdot (-12{,}9)^5$.

Запишите в виде степени **(10.13—10.14).**

10.13.° 1) $\left(\frac{1}{13}\right)^{15} : \left(\frac{1}{13}\right)^{13}$; 2) $\left(\frac{2}{9}\right)^{12} : \left(\frac{2}{9}\right)^{10}$;

3) $\left(-3\frac{1}{8}\right)^{11} : \left(-3\frac{1}{8}\right)^{6}$; 4) $\left(-5\frac{6}{7}\right)^{19} : \left(-5\frac{6}{7}\right)^{17}$.

10.14.° 1) $m^4 : (m^8 : m^7)$; 2) $m^6 : (m^{12} : m^7)$;
3) $m^3 \cdot (m^{22} : m^{19})$; 4) $m^{17} \cdot (m^{14} : m^{12})$.

10.15. Вычислите:

1) $\frac{3^4 \cdot 3^8}{3^2 \cdot 3^5}$; 2) $\frac{4^3 \cdot 4^{12}}{4^4 \cdot 4^2}$; 3) $\frac{2^8 \cdot 2^{10} \cdot 2^2}{2^3 \cdot 2^4}$;

4) $\frac{5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4}{5^6 \cdot 5^2}$; 5) $\frac{(-2)^4 \cdot 5^4}{5^2}$; 6) $\frac{(-3)^3 \cdot 4^8}{3^2}$.

10.16.° Верно ли равенство:

1) $\frac{2^5 \cdot 2^2}{3^7} = \frac{2^8}{3^7}$; 2) $\frac{3^6 \cdot 3^2}{3^4} = 3^4$;

3) $\frac{3^8 \cdot 2^6}{3^4 \cdot 2^3} = 3^2 \cdot 2^3$; 4) $\frac{3^5 \cdot 3^3 \cdot 2^{14}}{2^{10} \cdot 3^4} = \frac{3^{15} \cdot 2^4}{3^4}$?

10.17. Найдите значение выражения:

1) $\frac{a^8}{a^5}$ при a, равном -3; $\frac{1}{2}$; 10;

2) $\frac{a^{17}}{a^{15}}$ при a, равном -4; $\frac{1}{5}$; 3;

3) $\frac{a^{18} \cdot a^2}{a^{19}}$ при a, равном $-1{,}8$; 0,04; $3\frac{2}{3}$;

4) $\frac{a^{16} \cdot a^3}{a^{21}}$ при a, равном $-5\frac{1}{2}$; 2; 0,9.

Скачано с сайта www.aversev.by

10.18.° При каком значении t верно равенство:

1) $3^7 : t = 3^2$; 2) $t : 5^2 = 5^7$;

3) $t : 7^8 = 7^2$; 4) $243 : t = 3^3$?

10.19. Определите знак значения выражения:

1) $(-8{,}5)^{20} : (-2{,}56)^{23} \cdot (-78{,}12)^{14}$;

2) $(-21{,}9)^{13} \cdot 36{,}7^{24} : (-76{,}78)^{15}$;

3) $(-35{,}97)^{72} \cdot (-92{,}2)^{17} : 83{,}2^{19} \cdot (-46{,}9)^{51}$;

4) $(-72{,}9)^{25} : (-71{,}4)^{28} : 52{,}6^{34} : (-22{,}77)^{30}$.

10.20.* Лыжник рассчитал, что если он будет двигаться со скоростью 10 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, то будет на месте назначения через час после полудня, при скорости 15 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$ он прибудет за час до полудня. С какой скоростью должен двигаться лыжник, чтобы быть в месте назначения ровно в полдень?

10.3. Возведение в степень степени, произведения и частного (дроби)

Преобразуем степень $(a^n)^3$, пользуясь определением степени и правилом умножения степеней с одинаковыми основаниями: $(a^n)^3 = a^n \cdot a^n \cdot a^n = a^{n+n+n} = a^{3n}$.

Итак, получили: $(a^n)^3 = a^{3n}$. Вообще,

при любом числе a и натуральных числах n и k верно равенство

$$(a^n)^k = a^{nk}$$

Таким образом,

при возведении степени в степень основание остается прежним, а показатели степеней перемножаются.

Например,

$$(8^{17})^3 = 8^{17 \cdot 3} = 8^{51}; \quad (8^{3k+2})^4 = 8^{(3k+2) \cdot 4} = 8^{12k+8}.$$

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 1. Представить выражение в виде степени с основанием p: а) $\dfrac{(p^{12})^2 p^{16}}{(p^{13})^3}$; б) $(p^{8+x})^4 : (p^5)^6$.

Решение.

а) $\dfrac{(p^{12})^2 p^{16}}{(p^{13})^3} = \dfrac{p^{12\cdot 2+16}}{p^{13\cdot 3}} = \dfrac{p^{24+16}}{p^{39}} = p^{40-39} = p^1 = p$;

б) $(p^{8+x})^4 : (p^5)^6 = p^{(8+x)\cdot 4-5\cdot 6} = p^{32+4x-30} = p^{2+4x}$.

Пример 2. Представить 7^{30} в виде степеней с основаниями 7^2, 7^6, 7^{15}, 7^{10}.

Решение. $7^{30} = (7^2)^{15} = (7^6)^5 = (7^{15})^2 = (7^{10})^3$.

Преобразуем степень $(ab)^3$, пользуясь определением степени, сочетательным и переместительным законами умножения:

$$(ab)^3 = (ab)\cdot(ab)\cdot(ab) = (aaa)\cdot(bbb) = a^3\cdot b^3 = a^3b^3.$$

Итак, получили $(ab)^3 = a^3b^3$. Вообще,

при любых числах a и b и натуральном числе n верно равенство

$$\boxed{(ab)^n = a^n b^n}$$

Таким образом,

при возведении в степень произведения каждый множитель возводят в эту степень и результаты перемножают.

Пример 3. Возвести в степень произведение:
а) $(2xy)^3$; б) $(0{,}3c^5p^2x^3)^3$.

Решение.

а) $(2xy)^3 = 8x^3y^3$;

б) $(0{,}3c^5p^2x^3)^3 = 0{,}3^3(c^5)^3(p^2)^3(x^3)^3 = 0{,}027c^{15}p^6x^9$.

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 4. Вычислить: а) $8^5 \cdot 125^5$; б) $\left(\frac{4}{13}\right)^{15} \cdot \left(\frac{13}{4}\right)^{15}$.

Решение.

а) $8^5 \cdot 125^5 = (8 \cdot 125)^5 = (1000)^5 = (10^3)^5 = 10^{15}$;

б) $\left(\frac{4}{13}\right)^{15} \cdot \left(\frac{13}{4}\right)^{15} = \left(\frac{4 \cdot 13}{13 \cdot 4}\right)^{15} = 1$.

Ответ: а) 10^{15}; б) 1.

Преобразуем теперь $\left(\frac{a}{b}\right)^5$, пользуясь определением степени и правилом умножения дробей:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^5 = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b} = \frac{a^5}{b^5}.$$

Итак, получили $\left(\frac{a}{b}\right)^5 = \frac{a^5}{b^5}$. Вообще,

при любых числах a и b $(b \neq 0)$ и натуральном числе n верно равенство $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, т. е.

$$(a : b)^n = a^n : b^n \ (b \neq 0)$$

Таким образом,

при возведении в степень дроби числитель и знаменатель возводят в эту степень и степень числителя делят на степень знаменателя.

Очевидно, что

при возведении в степень частного делимое и делитель возводят в эту степень и степень делимого делят на степень делителя.

Пример 5. Возвести в степень дробь:

$$\text{а) } \left(\frac{-m}{2+k}\right)^5; \quad \text{б) } \left(\frac{4^{b+2}}{5^{c-1}}\right)^5.$$

Скачано с сайта www.aversev.by

Решение.

а) $\left(\frac{-m}{2+k}\right)^5 = \frac{(-m)^5}{(2+k)^5} = -\frac{m^5}{(2+k)^5}$;

б) $\left(\frac{4^{b+2}}{5^{c-1}}\right)^5 = \frac{(4^{b+2})^5}{(5^{c-1})^5} = \frac{4^{5b+10}}{5^{5c-5}}$.

Пример 6. Представить дробь в виде степени:

а) $\frac{k^6}{n^{15}}$; б) $\frac{225}{121}$.

Решение. а) $\frac{k^6}{n^{15}} = \left(\frac{k^2}{n^5}\right)^3$; б) $\frac{225}{121} = \frac{15^2}{11^2} = \left(\frac{15}{11}\right)^2$.

1. Как возводят степень в степень?
2. Как возводят в степень произведение?
3. Как возводят в степень дробь (частное)?

Упражнения

10.21.° Запишите в виде степени с основанием 3:

1) $(3^7)^4$; 2) $(3^2)^7$; 3) $(3^{2a})^4$;
4) $(3^4)^{2a}$; 5) $(3^{2m+4})^3$; 6) $(3^3)^{2m+2}$.

10.22.° Запишите в виде степени с основанием a:

1) $a^6 \cdot (a^3)^3 \cdot (a^2)^3$; 2) $(a^4)^3 \cdot a^2 \cdot (a^5)^2$;
3) $(a^4)^5 : (a^2)^3$; 4) $(a^7)^2 : (a^2)^4$;
5) $a^8 \cdot a^2 \cdot (a^2)^4$; 6) $a^4 \cdot (a^2)^3 \cdot a^2$;
7) $(a^{24})^2 : (a^5)^2 : (a^4)^3$; 8) $(a^7)^3 : (a^3)^3 : (a^2)^5$.

10.23. Представьте 3^{20} в виде степени с основанием:

1) 3^2; 2) 3^4; 3) 3^5; 4) 3^{10}.

10.24.° Представьте выражение в виде квадрата:

1) $9p^4$; 2) $4k^{20}$;
3) $1{,}3^{14}$; 4) $\left(\frac{25}{36}\right)^5$.

Скачано с сайта www.aversev.by

10.25.° Представьте выражение в виде куба:

1) m^9; 2) k^{12};

3) 0,343; 4) –0,064;

5) –0,000729; 6) 0,000125.

10.26.° Представьте выражение в виде квадрата:

1) a^2b^{10}; 2) m^4y^6;

3) $16a^6c^{10}$; 4) $81x^6y^4$;

5) $0{,}0049a^2b^{10}$; 6) $0{,}0025a^{10}d^{12}$.

10.27.° Найдите значение выражения:

1) $(b^4)^3 : (b^5)^2$ при b, равном –8; 4; 8;

2) $(b^7)^2 : (b^4)^3$ при b, равном -7; $-\frac{2}{7}$; 3;

3) $\frac{(b^4)^2(b^3)^3}{(b^4)^4}$ при b, равном –10; 11; 100;

4) $\frac{(b^4)^3(b^3)^3}{(b^9)^2}$ при b, равном -2; $\frac{2}{3}$; 6.

10.28. Представьте выражение в виде степени:

1) $\frac{(k^{5y})^2k^{3y}}{(k^{2y})^5}$; 2) $\frac{(m^{3x})^3}{m^{4x}m^{2x}}$;

3) $\frac{(b^{4a+3})^2b^5}{(b^{2a-1})^4}$; 4) $\frac{(b^{3a+5})^3b^7}{(b^{4a+1})^2}$;

5) $\frac{(a^{2-5t})^3(a^{3t+4})^5}{a^{15}a^7}$; 6) $\frac{(a^{4-2t})^5(a^{8+5t})^2}{a^{10}a^{14}}$.

10.29.° Возведите в степень произведение:

1) $(2mx)^5$; 2) $(3dy)^4$;

3) $(-0{,}1m^2k^2y)^4$; 4) $(-0{,}4x^3y^5a)^3$.

10.30. Вычислите:

1) $4^3 \cdot 25^3$; 2) $40^2 \cdot 25^2$;

3) $0{,}2^6 \cdot 5^6$; 4) $8^9 \cdot 0{,}125^9$.

Скачано с сайта www.aversev.by

10.31. Представьте выражение в виде степени:

1) $(-1{,}3)^6a^6d^6$; 2) $25c^2d^2$;

3) $0{,}49c^2b^2t^2$; 4) $625t^4k^4b^4$.

Возведите в степень дробь **(10.32—10.33).**

10.32. 1) $\left(\frac{-x}{3}\right)^4$; 2) $\left(\frac{6}{-y}\right)^3$;

3) $\left(\frac{-a}{8}\right)^3$; 4) $\left(\frac{11}{-b}\right)^2$.

10.33. 1) $\left(\frac{xy}{2}\right)^2$; 2) $\left(\frac{5}{ab}\right)^2$;

3) $\left(\frac{-x^2y^5}{z^3}\right)^2$; 4) $\left(\frac{4m^2}{-p^3q^5}\right)^2$.

10.34. Запишите в виде квадрата или куба:

1) $\frac{64}{81}$; 2) $\frac{49}{64}$; 3) $0{,}16$; 4) $0{,}01$;

5) $-\frac{1}{27}$; 6) $-\frac{1}{125}$; 7) $\frac{-216}{343}$; 8) $\frac{-8}{1000}$.

10.35. Представьте дробь в виде степени:

1) $\frac{a^2}{9}$; 2) $\frac{16}{a^4}$; 3) $\frac{m^4}{a^6}$; 4) $\frac{a^6}{b^9}$.

10.36. При каком значении x верно равенство:

1) $3^x \cdot 4^x = 12$; 2) $5^x \cdot 4^x = 20$;

3) $6^x = 2^7 \cdot 3^7$; 4) $15^x = 3^8 \cdot 5^8$;

5) $x^6 \cdot 9^6 = 27^6$; 6) $x^9 \cdot 4^9 = 24^9$?

10.37. При каком значении y верно равенство:

1) $y^5 = 4^3 \cdot 4^2$; 2) $y^3 = 3^2 \cdot 3$;

3) $2^y = (2^2)^3$; 4) $9^y = 9^6 : 9^2$;

5) $(3^2)^y = 729$; 6) $(2^2)^y = 64$?

Скачано с сайта www.aversev.by

10.38.* Какой цифрой оканчивается произведение:
1) 222 двоек; 2) 100 троек?

10.39.* Влажность 350 кг свежескошенной травы — 90 %. Найдите массу подсушенной травы, если ее влажность стала составлять 50 %.

10.4. Степени с нулевым и целым отрицательным показателями

Мы изучили степени с натуральными показателями, т. е. целыми положительными показателями. Сейчас рассмотрим степени с нулевым и целым отрицательным показателями.

Для любого отличного от нуля числа a принято считать, что $a^0 = 1$, т. е.

$$a^0 = 1 \ (a \neq 0)$$

Например: $7^0 = 1$; $(-7)^0 = 1$; $\left(\frac{1}{7}\right)^0 = 1$.

Для любого отличного от нуля числа a и натурального числа n принято считать, что $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, т. е.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \ (a \neq 0)$$

Например,

$$7^{-3} = \frac{1}{7^3} = \frac{1}{343}; \quad (-7)^{-3} = \frac{1}{(-7)^3} = -\frac{1}{343};$$

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{7}\right)^3} = 343.$$

Скачано с сайта www.aversev.by

Заметим, что

числа a^n и a^{-n} взаимно обратны (поясните почему).

Обратите внимание:

о степенях с нулевым и целым отрицательным показателями мы говорим только тогда, когда основание $a \neq 0$. При $a = 0$ степени с нулевым и целым отрицательным показателями не рассматриваются.

Выражения вида 0^0; 0^{-1}; 0^{-15} и т. п. не имеют смысла.

Пример 1. Записать число 0,0001 в виде степени числа 10 с отрицательным показателем.

Решение. $0,0001 = \dfrac{1}{10\,000} = \dfrac{1}{10^4} = 10^{-4}$.

Пример 2. Преобразовать дробь, используя отрицательные показатели: а) $\dfrac{1}{81}$; б) $\dfrac{4^5}{7^2 \cdot 15^8}$.

Решение. а) $\dfrac{1}{81} = \dfrac{1}{3^4} = 3^{-4}$;

б) $\dfrac{4^5}{7^2 \cdot 15^8} = 4^5 \cdot \dfrac{1}{7^2} \cdot \dfrac{1}{15^8} = 4^5 \cdot 7^{-2} \cdot 15^{-8}$.

Правила действий над степенями с натуральными показателями, которые были рассмотрены в предыдущих пунктах, справедливы и для степеней с целыми показателями.

При $a \neq 0$ и $b \neq 0$ имеем:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \qquad a^m : a^n = a^{m-n} \qquad (a^m)^k = a^{mk}$$

$$(ab)^k = a^k b^k \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^k = \frac{a^k}{b^k}$$

Скачано с сайта www.aversev.by

Пример 3. Найти значение $\dfrac{b^{-15}\cdot b^{10}}{b^{-3}}$ при $b=-0{,}1$.

Решение. $\dfrac{b^{-15}\cdot b^{10}}{b^{-3}} = b^{-15+10-(-3)} = b^{-2}$.

Подставив значение $b=-0{,}1$, получим:

$$(-0{,}1)^{-2} = \frac{1}{(-0{,}1)^2} = \frac{1}{0{,}01} = 100.$$

Пример 4. Записать десятичной дробью значение выражения $5\cdot 10^{-3}$.

Решение. $5\cdot 10^{-3} = \dfrac{5}{10^3} = \dfrac{5}{1000} = 0{,}005$.

1. Чему равна степень с показателем 0?
2. Каждое ли число a можно возвести:
   а) в нулевую степень; б) в целую отрицательную степень?
3. Чему равна степень a с целым отрицательным показателем $-n$?

Упражнения

Представьте в виде степени с целым отрицательным показателем **(10.40—10.41).**

10.40.° 1) $\dfrac{1}{8}$; 2) $\dfrac{1}{9}$; 3) $\dfrac{1}{16}$;
4) $\dfrac{1}{125}$; 5) $\dfrac{1}{y^3}$; 6) $\dfrac{1}{z^4}$.

10.41.° 1) $\dfrac{1}{(m-2)^4}$; 2) $\dfrac{1}{(p+7)^5}$;
3) $\dfrac{1}{9^n k^m}$; 4) $\dfrac{1}{2^n b^k}$.

10.42.° Представьте десятичную дробь в виде степени с основанием 10:
1) 0,000001; 2) 0,00001;
3) 0,000000001; 4) 0,0000001.

Скачано с сайта www.aversev.by

10.43.° Преобразуйте по образцу: $0{,}000017 = 17 \cdot 10^{-6}$.

1) 0,00003; 2) 0,0018;
3) 0,0000002; 4) 0,00000105.

10.44.° Запишите в виде десятичной дроби:

1) $21 \cdot 10^{-2}$; 2) $49 \cdot 10^{-4}$;
3) $357 \cdot 10^{-6}$; 4) $1988 \cdot 10^{-7}$.

10.45.° Найдите, какую часть составляет одна величина от другой, и выразите полученную дробь в виде степени числа 10:

1) 1 см от 1 км; 2) 1 мм от 1 м;
3) 1 г от 1 т; 4) 1 г от 1 ц.

Найдите значение выражения **(10.46—10.49).**

10.46.° 1) 5^{-4}; 2) 2^{-5}; 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$;
4) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$; 5) 10^{-4}; 6) 10^{-3}.

10.47.° 1) $(-2{,}8)^0$; 2) $-4{,}6^0$; 3) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$;
4) $\left(-\frac{1}{8}\right)^{-2}$; 5) $\left(-1\frac{1}{7}\right)^{-2}$; 6) $\left(-2\frac{1}{3}\right)^{-3}$.

10.48. 1) $\left(5 - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0\right)^{-5}$; 2) $\left(6 + 3 \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^0\right)^{-2}$;
3) $\left(\frac{4}{7} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right)^0$; 4) $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-4} - \frac{4}{3}\right)^{-1}$.

10.49. 1) $\left(3 - \left(\frac{6}{11}\right)^2\right)^{-3} \left(\frac{3 \cdot 109}{11^2}\right)^3$;
2) $\left(3 + \left(10\frac{1}{3}\right)^{-1}\right)^{-2} \left(2 - \left(1\frac{7}{17}\right)^{-1}\right)^0$;

Скачано с сайта www.aversev.by

3) $\dfrac{5^{-2}-\left(\dfrac{5}{3}\right)^{-2}}{4^{-1}-\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2}}\left(3^{0}-\left(\dfrac{4}{3}\right)^{-1}\right)$;

4) $\dfrac{(1-3^{-2})^{-2}-1{,}125}{\left(3\dfrac{1}{9}+\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2}\right)^{-1}}\left(\left(\dfrac{5}{7}\right)^{0}-\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2}\right)$.

10.50. Запишите в виде выражения, содержащего степени только с натуральными показателями:

1) $l^{0}\cdot\dfrac{1}{y^{-9}}$;
2) $a^{-7}\cdot\dfrac{1}{a^{-5}}\cdot a^{0}$;
3) $b^{-2}\cdot\dfrac{1}{b^{-8}}\cdot\dfrac{1}{b^{-11}}$;
4) $m^{-12}b^{-4}\cdot\dfrac{1}{b^{-4}}$.

Представьте выражение в виде степени с основанием a **(10.51—10.52).**

10.51. 1) $a^{-3}a^{6}$; 2) $a^{3}a^{-4}$;
3) $a^{-8}a^{-3}$; 4) $a^{-14}a^{-2}$.

10.52. 1) $a^{-8}:a^{3}$; 2) $a^{10}:a^{-4}$;
3) $a^{-6}:a^{-4}$; 4) $a^{-8}:a^{-9}$.

Выполните действия **(10.53—10.54).**

10.53. 1) $b^{-4}b^{6}b^{5}$; 2) $b^{3}b^{-5}b^{-1}$;
3) $b^{-6}b^{-4}b^{8}$; 4) $b\cdot b^{-5}b^{3}$.

10.54. 1) $5a^{-3}c^{2}\cdot 4a^{-3}b^{-8}c^{-4}$;

2) $-3a^{-5}b^{-4}c^{3}:(4a^{4}b^{3}c^{-2})$;

3) $\left(\dfrac{a^{-3}}{b^{-4}}\right)^{-3}(a^{-4}b^{-7}c)^{2}(a^{15})^{0}$;

4) $(a^{-5}b^{2}c)^{-4}\left(\dfrac{ac^{-3}}{b^{-1}}\right)^{2}(c^{0})^{3}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

10.55.* В коробке лежит 4 цветных карандаша и 10 простых. Какое наименьшее число карандашей надо взять из коробки не глядя, чтобы среди них было не менее трех цветных?

10.56.* В ящике лежит 70 шаров, отличающихся лишь цветом: 20 красных, 20 синих, 20 желтых, остальные — черные и белые. Какое наименьшее число шаров надо взять не глядя, чтобы среди них было не менее 10 шаров одного цвета?

10.5. Стандартный вид числа

В различных областях науки, особенно в физике, часто приходится пользоваться величинами, которые записываются либо очень большими, либо очень маленькими числами. Например, масса Земли в килограммах записывается двадцатипятизначным числом, а масса электрона нулем целых и более чем тридцатью знаками после запятой. Чтобы такие числа были обозримыми, чтобы удобно было выполнять над ними действия, используется запись числа в стандартном виде.

Любое положительное число a можно записать в виде $a = b \cdot 10^k$, где $1 \leq b < 10$ и k — целое число. Такую запись называют *стандартным видом числа a*, а число k — *порядком числа a*.

Например:

$38\,751 = 3{,}8751 \cdot 10^4$ (порядок числа равен 4);

$0{,}0031 = 3{,}1 \cdot 10^{-3}$ (порядок числа равен -3);

$3{,}1 = 3{,}1 \cdot 10^0$ (порядок числа равен 0);

$\frac{3}{7} = \frac{30}{7} \cdot 10^{-1} = 4\frac{2}{7} \cdot 10^{-1}$ (порядок числа равен -1);

$10 = 1 \cdot 10^1$ (порядок числа равен 1).

Скачано с сайта www.aversev.by

Приведем значения некоторых физических величин, записанных в стандартном виде:

масса Земли — $5{,}976 \cdot 10^{24}$ кг;

масса электрона — $9{,}109558 \cdot 10^{-31}$ кг.

Пример 1. Перевести значение массы в килограммы и записать полученное значение в стандартном виде: а) 14 г; б) 0,0379 т.

Решение.

а) Зная, что $1\ \text{г} = \dfrac{1}{1000}\ \text{кг} = 1 \cdot 10^{-3}$ кг, получим:

$14\ \text{г} = 14 \cdot 1 \cdot 10^{-3}\ \text{кг} = 1{,}4 \cdot 10^{1} \cdot 10^{-3}\ \text{кг} = 1{,}4 \cdot 10^{-2}\ \text{кг}.$

б) Зная, что $1\ \text{т} = 1000\ \text{кг} = 1 \cdot 10^{3}$ кг, получим:

$0{,}0379\ \text{т} = 0{,}0379 \cdot 1 \cdot 10^{3}\ \text{кг} = 3{,}79 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{3}\ \text{кг} = 3{,}79 \cdot 10^{1}\ \text{кг}.$

Пример 2. Масса m атома кислорода равна

$$0{,}\underbrace{00\ldots0}_{22\ \text{нуля}}2662\ \text{г}.$$

Записать m в стандартном виде: а) в граммах; б) в миллиграммах.

Решение.

а) $m = 0{,}\underbrace{00\ldots0}_{22\ \text{нуля}}2662\ \text{г} = 2{,}662 \cdot 10^{-23}\ \text{г};$

б) $m = 2{,}662 \cdot 10^{-23}\ \text{г} = 2{,}662 \cdot 10^{-23} \cdot 1 \cdot 10^{3}\ \text{мг} = 2{,}662 \cdot 10^{-20}\ \text{мг}.$

1. Что такое стандартный вид числа a?
2. Что такое порядок числа a при записи его в стандартном виде?

Скачано с сайта www.aversev.by

Упражнения

Запишите число в стандартном виде **(10.57—10.58).**

10.57.° 1) 0,0060021; 2) 0,090354;
3) 4 280 000; 4) 65 329.

10.58. 1)° 26,121; 2)° 20,0004;
3) $\frac{1}{625}$; 4)* $\frac{1}{1024}$.

10.59.° Запишите в стандартном виде l, если:
1) $l = 0{,}00000006$ см (толщина пленки мыльного пузыря);
2) $l = 0{,}0000001$ см (единица длины в молекулярной физике — ангстрем);
3) $l = 0{,}00000003$ см (диаметр молекулы воды);
4) $l = 0{,}00001$ см (размер вируса гриппа).

10.60.° Запишите l в стандартном виде в метрах, если:
1) $l = 0{,}0369$ мм; 2) $l = 0{,}13$ км;
3) $l = 658$ дм; 4) $l = 126{,}3$ см;
5) $l = 0{,}007$ см; 6) $l = 0{,}009$ дм;
7) $l = 57$ км; 8) $l = 49{,}7$ мм.

10.61. Запишите число в стандартном виде:
1) $12\,000^2$; 2) $200\,000^5$;
3) $0{,}0006^2$; 4) $0{,}0000011^3$;
5) $\left(1\frac{2}{3}\right)^3$; 6) $\left(4\frac{5}{6}\right)^2$.

10.62. Запишите в стандартном виде l — приближенное расстояние от Земли до туманности Андромеды: $l = 8\,050\,000\,000\,000\,000\,000$ км.

10.63. Запишите в стандартном виде m — приближенное значение массы Солнца:
$m = 1\,992\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$ т.

Скачано с сайта www.aversev.by

10.64. В таблице указаны значения величин l (расстояние до Солнца) и d (диаметр) для девяти планет Солнечной системы. Используя эти данные, выразите l и d в стандартном виде:
1) в километрах; 2) в метрах.

Название планеты	Расстояние l от планеты до Солнца	Диаметр d планеты
Венера	0,7 а. е.[1]	12 тыс. км
Земля	$150 \cdot 10^6$ км	12 740 км
Марс	1,5 а. е.	6,8 тыс. км
Меркурий	0,4 а. е.	4,9 тыс. км
Нептун	4500 млн км	49 500 км
Плутон	39,4 а. е.	2,8 тыс. км
Сатурн	9,5 а. е.	120 тыс. км
Уран	19,19 а. е.	50 700 км
Юпитер	778,3 млн км	141 700 км

10.65.* Фермер собрал 8,5 ц яблок и 20 ц картофеля. На хранение он положил 80 % яблок и 30 % картофеля, а остальное продал. Чего и на сколько процентов он продал больше: яблок или картофеля?

10.6. Длина окружности. Площадь круга

На рисунке 101 изображена окружность диаметром AB с центром в точке O.

Чтобы измерить длину отрезка, можно приложить к нему линейку. Но приложить линейку к окружности нельзя. Как же измерить длину окружности?

---

[1] а. е. — астрономическая единица; а. е. = 149,6 млн км.

Скачано с сайта www.aversev.by

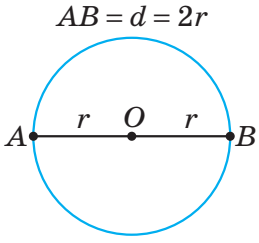


Рис. 101

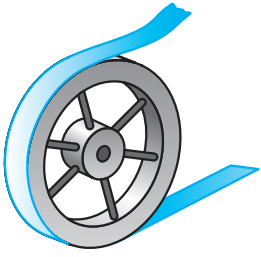


Рис. 102

На рисунке 102 изображено колесо. Чтобы измерить длину обода, можно поступить так: «опоясать» колесо полоской бумаги, а затем измерить длину этой полоски. Длина полоски будет приближенно равна длине обода. Если вы проделаете это, то убедитесь, что длина полоски приблизительно в три раза больше диаметра обода колеса.

Отношение длины окружности к длине ее диаметра является одним и тем же числом для любой окружности. Это число обозначается греческой буквой π (читается: *пи*). Приближенное значение числа π с точностью до одной сотой: π ≈ 3,14.

Обозначив длину окружности буквой C, а ее диаметр буквой d, имеем: $\frac{C}{d} = \pi$. Отсюда получаем формулу длины окружности:

$$C = \pi d$$

Обозначим буквой r радиус окружности. Тогда $d = 2r$, а $C = \pi(2r)$. Из этого равенства получили еще одну формулу длины окружности:

$$C = 2\pi r$$

Число π используется и при вычислении площади круга. Обозначим буквой S площадь круга радиусом r. Тогда формула площади круга:

$$S = \pi r^2$$

Скачано с сайта www.aversev.by

Например, если радиус окружности $r = 15$ см, то ее длина $C = 2\pi r \approx 2 \cdot 3{,}14 \cdot 15 = 94{,}2$ (см).

Площадь круга, ограниченного этой окружностью, $S = \pi r^2 \approx 3{,}14 \cdot 15^2 = 3{,}14 \cdot 225 = 706{,}5$ (см^2).

Специальный знак — греческая буква π (пи) — для обозначения отношения длины окружности к ее диаметру, т. е. для числа 3,141592653..., появился сравнительно поздно. Вероятно, первым ввел обозначение этого числа английский математик Д. Валлис в 1655 г.

Древние греки для практических нужд вместо числа π пользовались его приближением — дробью $\frac{22}{7} \approx 3{,}14$.

Голландский инженер А. Меций (1543—1620) нашел приближенное значение числа π фактически с точностью до 0,000001:

$$\pi \approx 3\frac{16}{113} = \frac{355}{113} \approx 3{,}1415929.$$

Дробь $\frac{355}{113}$ называют числом Меция.

1. Чему равно отношение длины окружности к длине ее диаметра?
2. Как найти: а) длину окружности; б) площадь круга?
3. Пропорциональны ли: а) длина окружности и ее радиус; б) площадь круга и его радиус?

Упражнения

10.66.° Найдите длину окружности с радиусом ($\pi \approx 3{,}14$):

1) 10 см; 2) 4 дм;
3) 1,8 дм; 4) 16,5 см.

10.67.° Найдите длину окружности с диаметром ($\pi \approx 3{,}14$):

1) 16 см; 2) 10 дм;
3) 4,2 дм; 4) 26,8 см.

10.68. Радиус земного шара примерно 6400 км. Найдите с точностью до тысяч длину экватора ($\pi \approx 3{,}14$).

Скачано с сайта www.aversev.by

10.69. Найдите площадь круга с радиусом ($\pi \approx 3{,}14$):
1) 200 м; 2) 40 см;
3) 9,8 см; 4) 1,2 м.

10.70. Найдите площадь круга с диаметром ($\pi \approx 3{,}14$):
1) 24 м; 2) 36 см;
3) 2,4 см; 4) 4,6 м.

10.71. Двумя окружностями с радиусами 3 см и 6,5 см и общим центром O образовано кольцо (закрашенное на рис. 103). Найдите площадь кольца ($\pi \approx 3{,}14$).

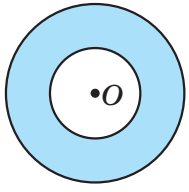


Рис. 103

10.72. Используя рисунок 104 и значение $\pi \approx 3{,}14$, найдите площадь:
1) квадрата $ABCD$;
2) круга;
3) закрашенной фигуры.

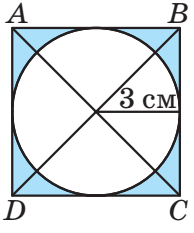


Рис. 104

10.73. Найдите площадь фигуры ($\pi \approx 3{,}14$) по размерам:
1) на рисунке 105, *а*;
2) на рисунке 105, *б*.

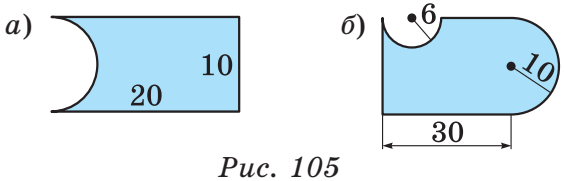


Рис. 105

10.74.* В летнем лагере 70 детей. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 — поют в хоре, 22 — увлекаются спортом. В драмкружке — 10 ребят из хора, в хоре — 6 спортсменов, в драмкружке — 8 спортсменов, 3 спортсмена посещают драмкружок и хор. Сколько детей не участвует ни в одном кружке? Сколько детей занимается только спортом?

Скачано с сайта www.aversev.by

10.75. Сколько гектаров занимает пастбище и сколько метров проволоки потребуется, чтобы огородить его в два ряда? Размеры пастбища указаны на его плане (рис. 106); $\pi \approx 3$.

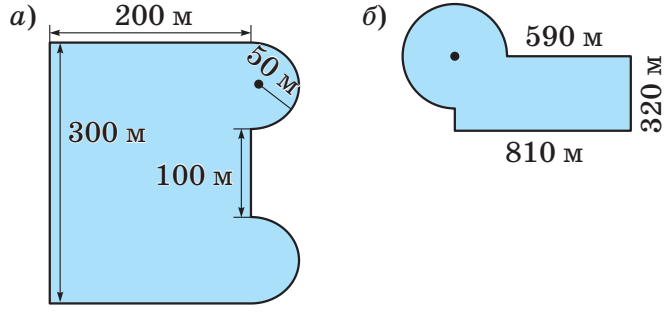


Рис. 106

10.7. Круговая диаграмма

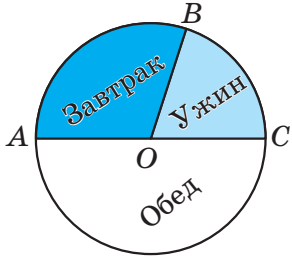


Рис. 107

При трехразовом питании рекомендуется дневной рацион по калорийности делить следующим образом: завтрак — 30 %, обед — 50 %, ужин — 20 %. Эту информацию можно изобразить наглядно, если начертить круг и закрасить разными цветами 30 %, 50 % и 20 % его площади (рис. 107).

Изображение на рисунке 107 называют ***круговой диаграммой***.

Покажем, как построить такую диаграмму с помощью транспортира. Шкала транспортира представляет собой полуокружность, разделенную на 180 равных частей. Значит, в полуокружности 180°, а в полной окружности 360°.

Найдем 30 % от 360°, получим: $360° \cdot 0{,}3 = 108°$; найдем 20 % от 360°, получим: $360° \cdot 0{,}2 = 72°$. Затем в круге с центром в точке O проведем радиусы OA, OB и OC

Скачано с сайта www.aversev.by

так, чтобы $\angle AOB = 108°$, $\angle BOC = 72°$. Закрасив образовавшиеся части круга разными цветами, получим рисунок 107.

1. Приведите свой пример круговой диаграммы.
2. Как получить круговую диаграмму распределения времени суток на сон, учебу в школе, подготовку уроков и другие занятия?

Упражнения

10.76. На круговой диаграмме (рис. 108) отображены результаты опроса учащихся об их любимых видах спорта.

1) Зная, что гандболом увлекаются 12 учащихся, укажите число увлеченных:
   а) баскетболом; б) футболом;
   в) легкой атлетикой.
2) Какой вид спорта наиболее популярен? Сколько процентов учащихся им увлечены?
3) Какое из чисел могло бы быть ответом на вопрос «Сколько учащихся увлечены шахматами?».

Рис. 108

Скачано с сайта www.aversev.by

4) Изобразите эту же информацию в виде столбчатой диаграммы с полосами:
   а) горизонтальными;
   б) вертикальными.

10.77. На рисунке 109 — круговая диаграмма, на которой показаны ответы учащихся 6-го класса на вопрос о любимом предмете.

1) Зная, что иностранными языками в классе увлечены 8 учащихся, укажите, сколько учащихся в этом классе:
   а) увлечены математикой;
   б) не интересуются иностранными языками.
2) Изобразите эту же информацию в виде столбчатой диаграммы с полосами:
   а) горизонтальными;
   б) вертикальными.

Рис. 109

10.78. На рисунке 110 в виде круговой диаграммы показана информация об ответах учащихся на вопрос «Где и как вы завтракаете?».

1) Используя рисунок 110, укажите, какая часть учащихся (в процентах):
   а) завтракает в школьной столовой;
   б) берет с собой бутерброды;
   в) завтракает дома.

Скачано с сайта www.aversev.by

2) На сколько процентов больше тех, кто берет бутерброды, чем тех, кто завтракает дома?

Рис. 110

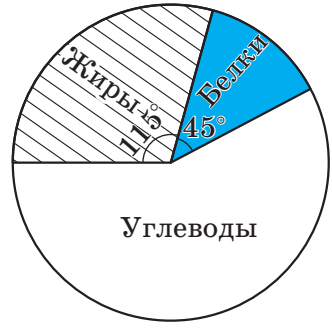


Рис. 111

10.79. Согласно рекомендациям врачей подросток за день должен потреблять 2800 килокалорий. Рекомендуемый состав пищевых продуктов изображен на круговой диаграмме (рис. 111).

1) Сколько процентов белков должно быть в дневном рационе?

2) Сколько килокалорий приходится на жиры?

10.80. Изобразите в виде круговой диаграммы информацию о площади всех океанов Земли: Тихий океан — 178 тыс. км^2, Атлантический океан — 91 тыс. км^2, Индийский океан — 76 тыс. км^2, Северный Ледовитый океан — 15 тыс. км^2.

10.81.* Укажите знак числа b, если:

1) $|a| < |b|$;
2) $|a| < |b|$ и $a > b$;
3) $|a| = |b|$ и $a > b$;
4) $|a| = |b|$ и $a < b$.

10.82.* Из корзины взяли 4 груши, затем треть остатка и еще 3 груши. После этого в корзине осталась половина первоначального количества груш. Сколько всего груш было в корзине?

Скачано с сайта www.aversev.by

Упражнения для повторения курса математики 5-го класса

1. Найдите среднее арифметическое всех простых чисел, заключенных между числами:
1) 80 и 90; 2) 60 и 70.

2. Расположите числа 300; 600; 1455; 950; 275; 1075; 680; 825 в порядке возрастания. Выпишите числа, кратные:
1) 2; 2) 3; 3) 5; 4) 15.

3. Среди чисел 225; 242; 528; 162; 215; 417; 1063; 615; 124; 495; 822; 189 укажите те, которые делятся на:
1) 3; 2) 5; 3) 9; 4) 6.

4. Какими цифрами надо заменить символ d в записи числа $4811d$, чтобы получить число, которое делится на:
1)° 2 и на 5; 2)° 6;
3) 4; 4) 18?

5. Какую цифру надо приписать к числу 10 слева и справа, чтобы получилось число, кратное 72?

6. Сократите дробь:
1) $\frac{30}{240}$; 2) $\frac{225}{300}$; 3) $\frac{490}{980}$; 4) $\frac{630}{945}$.

7. Найдите:
1) $\frac{4}{5}$ от 630; 2) $\frac{5}{16}$ от 144;
3) $\frac{9}{25}$ от 700 м; 4) $\frac{4}{7}$ от 483 кг;
5) $\frac{2}{3}$ от $1\frac{7}{8}$ ц; 6) $\frac{5}{11}$ от $2\frac{4}{9}$ км.

Скачано с сайта www.aversev.by

8. Найдите значение величины, если:

1) $\frac{76}{305}$ ее составляют 6080 кг;

2) $\frac{11}{408}$ ее составляют 1650 м;

3) $\frac{7}{11}$ ее составляют $2\frac{1}{3}$ км;

4) $\frac{11}{13}$ ее составляют $1\frac{3}{5}$ т.

9. Найдите значение выражения и округлите его до тысяч:

1) 709 602 + 290 498;

2) 569 487 652 + 40 513 349;

3) 200 010 030 – 199 879 078;

4) 2 704 608 079 – 296 392 927.

10. Выполните действия:

1) (8640 : 8 + 5250 : 5 – 130) : 5 + 178 : 2;

2) 121 + 150 · (18 · 32 + 6293 : 31) : (2932 – 2782);

3) 121 350 – 115 325 : 25 – 27 840 – 5100 : 170 · 9;

4) (110 292 : 14 : 101 + 4109 – 3907) · 231.

11. Найдите значение выражения:

1) $\left(\frac{5}{6}-\frac{3}{10}\right):\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{12}-\frac{3}{5}\right)+\left(2-\left(1-\frac{1}{2}\right):3\right):1\frac{1}{2}$;

2) $\dfrac{\frac{5}{12}+\frac{2}{9}}{3\frac{5}{6}-2\frac{5}{12}+1\frac{11}{24}}+\dfrac{3+\frac{1-\frac{2}{3}}{3}}{1+1\frac{1}{3}}$;

3) $\left(1\frac{1}{7}-\frac{2}{5}\right):\left(\frac{3}{5}+\frac{7}{20}\right)\cdot 1\frac{6}{13}-\frac{3}{26}\cdot 5\frac{1}{5}:\frac{3}{5}$;

4) $\left(2\frac{3}{20}+1\frac{5}{16}\right):\left(30-2\frac{3}{10}\right)+5\frac{1}{7}\cdot 3\frac{17}{20}-14\frac{3}{20}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

12. Упростите выражение:

1) $\frac{4}{5} \cdot m + \frac{3}{10} \cdot m + \frac{1}{5} \cdot n + \frac{1}{15} \cdot n$;

2) $\frac{9}{15} \cdot k + \frac{1}{20} \cdot k + \frac{5}{6} \cdot t + \frac{1}{8} \cdot t$.

13. Найдите значение выражения:

1) $5\frac{2}{3} \cdot t + 8\frac{2}{5} \cdot k + 3\frac{3}{4} \cdot t + 16\frac{5}{8} \cdot k$ при $t = 24,\ k = 80$;

2) $13\frac{3}{8} \cdot p + 16\frac{7}{18} \cdot d + 11\frac{5}{12} \cdot p + 32\frac{11}{15} \cdot d$

при $p = 96,\ d = 90$.

Решите уравнение **(14—17).**

14. 1) $3 \cdot x = 10$; 2) $\frac{3}{7} \cdot a = 1$;

3) $9 : t = 2$; 4) $\frac{8}{9} : p = \frac{2}{3}$.

15. 1) $(y + 13) : 4 = 20$; 2) $(100 + m) \cdot 2 = 1996$;

3) $2 \cdot (n - 15) = 100$; 4) $36 : (x + 35) = 1$;

5) $432 : k \cdot 8 = 9$; 6) $124 \cdot p : 31 = 20$;

7) $28 \cdot 15 - t = 420$; 8) $2232 : 72 + d = 31$.

16. 1) $x - 4\ 098\ 007 = 96\ 902\ 098$;

2) $10\ 010\ 010 - x = 9\ 810\ 918$;

3) $1\ 896\ 181 + x = 2\ 001\ 010$;

4) $x + 9\ 068\ 905 = 10\ 010\ 002$.

17. 1) $7\frac{4}{15} - 2\frac{7}{15} = 9\frac{11}{15} - x$;

2) $x - \left(5\frac{4}{13} - \frac{6}{13}\right) = 4\frac{7}{13} + \frac{7}{13} - 1\frac{11}{13}$.

18. Сумма двух чисел равна 69, и одно из них на 15 больше другого. Найдите числа.

Скачано с сайта www.aversev.by

19. На участке железной дороги меняют старые рельсы длиной 8 м на новые — по 12 м. Сколько потребуется новых рельсов вместо 240 старых?

20. У брата и сестры вместе 100 дисков. Когда сестра отдала брату 40 дисков, у них стало дисков поровну. Сколько дисков было у каждого сначала?

21. В магазине на четырех полках лежало 79 альбомов. Когда с первой полки сняли 19 альбомов, со второй переложили на третью 8, а на четвертую положили 8, то на всех полках альбомов оказалось поровну. Сколько альбомов было на каждой полке первоначально?

22. Длина прямоугольного участка равна $16\frac{8}{25}$ м, а ширина составляет $\frac{5}{8}$ длины. Найдите площадь этого участка.

23. Катер проплывает некоторое расстояние по озеру за 6 ч, а по течению реки — за 5 ч. Какое время потребуется плоту, чтобы проплыть такое же расстояние по реке?

24. Пять маляров могли бы покрасить ограду вокруг ботанического сада за 8 дней. За сколько дней покрасят эту ограду 10 маляров, работающих с такой же производительностью?

25. На трех машинах привезли на рынок 1900 кг арбузов. На первой машине — на 200 кг арбузов меньше, чем на второй, а на третьей — на 400 кг арбузов меньше, чем на первой. По скольку килограммов арбузов привезли на каждой машине?

26. На стоянке оказались двухколесные мотоциклы и четырехколесные автомобили общим количеством 40. Сколько было автомобилей, если общее число колес у автомобилей и мотоциклов равно 100?

Скачано с сайта www.aversev.by

Упражнения для повторения курса математики 6-го класса

1. Запишите в виде десятичных дробей:

1) $\frac{7}{10}$; 2) $\frac{7}{100}$; 3) $\frac{13}{10}$; 4) $\frac{13}{1000}$.

2. Приведите обыкновенную дробь к одному из знаменателей 10, 100, 1000 и запишите равную ей десятичную дробь:

1) $\frac{3}{5}$; $\frac{9}{20}$; $\frac{11}{25}$; $\frac{13}{125}$; $4\frac{101}{200}$;

2) $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{50}$; $\frac{13}{20}$; $\frac{14}{200}$; $10\frac{303}{500}$.

3. Расположите числа в порядке возрастания:

1) 9,34; 9,4; 9,3; 2) 4,356; 4,35; 4,36.

Вычислите **(4—8)**.

4. 1) $(7{,}2096 + 23{,}437) - (100{,}41 - 87{,}5334)$;
2) $132{,}093 - (57{,}123 + 21{,}7 + 7{,}68)$;
3) $45{,}28 - (8{,}6 + 1{,}738) + 86{,}438$;
4) $200{,}6 - (26{,}38 + 47{,}84) - 11{,}902$.

5. 1) $14{,}25 \cdot 6{,}04$; 2) $15{,}04 \cdot 0{,}125$;
3) $22{,}5 \cdot 4{,}006$; 4) $4{,}25 \cdot 1{,}033$;
5) $17{,}4 : 0{,}6$; 6) $30{,}6 : 0{,}9$;
7) $17{,}28 : 7{,}2$; 8) $1{,}624 : 5{,}6$.

6. 1) $\frac{5{,}8 - 2{,}65}{(3{,}7 - 2{,}2) \cdot 1{,}4}$; 2) $\frac{3 \cdot (15{,}94 + 25{,}37)}{14{,}24 + 10{,}06}$;

3) $\frac{(7{,}9 - 2{,}23) \cdot 10{,}5}{(9{,}5 - 8{,}6) \cdot 0{,}6}$; 4) $\frac{(46{,}8 - 38{,}9) \cdot 0{,}3}{(12{,}48 + 12{,}52) \cdot 0{,}0004}$.

Скачано с сайта www.aversev.by

7. 1) $\dfrac{\frac{1}{4}+0,6+\frac{1}{15}+0,125}{\frac{4}{15}+\frac{2}{5}+\frac{1}{3}}:\dfrac{1}{24}$;

2) $\dfrac{4,2:0,1+3}{\left(1:0,3-2\frac{1}{3}\right)\cdot 0,3125}:0,36.$

8. 1) $\dfrac{|-3,5|\cdot 3\cdot|-0,7|}{|0,49|\cdot|-0,3|\cdot 0,5}$; 2) $\dfrac{|-1,2|\cdot 36\cdot|-35|}{|-4,8|\cdot|-0,9|\cdot 5}$.

Решите уравнение **(9—12).**

9. 1) $(-0,01y-4,9)\cdot 54,2=0$;
2) $(-2,5y+0,75)\cdot(-38,9)=0$.

10. 1) $\dfrac{9}{28}:\dfrac{3}{7}=3,25c:2,6$;

2) $1\dfrac{5}{6}:2\dfrac{3}{4}=\dfrac{16}{27}c:\dfrac{4}{9}$.

11. 1) $-8,5\cdot\left(|a-1|+(-2,5)\right)=20,4$;
2) $\left(|a-3|+(-4,8)\right)\cdot 3,6=-5,04$.

12. 1) $0,4\cdot(5x-2)-0,3\cdot(2x-1)=-0,9$;
2) $0,9\cdot(4x+2)-0,5\cdot(3x+4)=-4,4$.

13. Найдите значение выражения:

1) $\dfrac{(3mn^2)^3\cdot\left(\frac{1}{3}m^3n^2\right)^2:(mn)^0}{\left(2m^4n^5\right)^2\cdot n^0}$ при $m=-1\dfrac{1}{3}$, $n=-10$.

2) $\dfrac{(2m^2n^3)^3\cdot\left(\frac{1}{2}mn^2\right)^2:\left(m^0n\right)^0}{\left(3m^2n^3\right)^4\cdot n^0}$ при $m=-4\dfrac{1}{3}$, $n=-40,5$.

Скачано с сайта www.aversev.by

14. Найдите:

1) 0,3 от 17,5;
2) 0,4 от 18,75;
3) 4,5 % от 12;
4) 6,5 % от 18.

15. Найдите число a, если:

1) $\frac{2}{3}$ числа a равны $\frac{7}{12}$;
2) $\frac{5}{6}$ числа a равны $\frac{10}{21}$;
3) 11 % числа a равны 275;
4) 17 % числа a равны 510.

16. 1) Турист проплыл на теплоходе 504 км, что составило 36 % всего пути. Найдите длину всего пути.

2) Таня прочитала 120 страниц книги, что составило 75 % всей книги. Сколько страниц в книге?

17. 1) Сторону квадрата увеличили на 30 %. На сколько процентов увеличилась его площадь?

2) Сторону квадрата уменьшили на 20 %. На сколько процентов уменьшилась его площадь?

18. 1) Масса сушеных яблок составляет 16 % массы свежих яблок. Сколько получится сушеных яблок из 30 кг свежих яблок?

2) Масса сушеных груш составляет 65 % массы свежих груш. Сколько получится сушеных груш из 40 кг свежих груш?

19. Вычислите площадь прямоугольника, заданного на плоскости точками с координатами:

1) $A(6; 3)$, $B(-3; 3)$, $C(-3; -1)$, $D(6; -1)$;
2) $A(3; 6)$, $B(-2; 6)$, $C(-2; -4)$, $D(3; -4)$.

20. Изобразите график прямой пропорциональности, зная, что он проходит через точку P, и задайте эту пропорциональность формулой, если:

1) $P(-3; 2)$;
2) $P(4; -3)$.

Скачано с сайта www.aversev.by

Ответы

Глава 1. Десятичные дроби

1.1. 1) 22,9; 0,17; 3,015. **1.2.** 2) 0,4; целая часть 0, дробная часть $\frac{2}{5}$, десятичных знаков 1; 14,66; целая часть 14, дробная часть $\frac{33}{50}$, десятичных знаков 2; 0,009; целая часть 0, дробная часть $\frac{9}{1000}$, десятичных знаков 3; 3,000123; целая часть 3, дробная часть $\frac{123}{1\,000\,000}$, десятичных знаков 6.
1.3. 1) 5,12; 3) 2,015. **1.4.** 2) $\frac{45}{100}$; 0,45; 4) $\frac{901}{10\,000}$; 0,0901.
1.5. 1) 98,3102; 509,432102. **1.6.** 2) $\frac{5}{10} = 0,5$; 4) $\frac{6}{10} = 0,6$.
1.7. 1) $\frac{75}{100} = 0,75$; 3) $\frac{32}{100} = 0,32$. **1.8.** 2) $\frac{36}{1000} = 0,036$;
4) $\frac{5}{1000} = 0,005$. **1.9.** 1) 72; 3) 12. **1.10.** 2) 1232; 4) 611.
1.11. 1) 31 560; 3) 80. **1.12.** 2) 426 000; 4) 900,9.
1.13. 1) 7 060 000; 3) 263,5. **1.14.** 134 км. **1.15.** 115,5 км.
1.16. 31. **1.17.** 1) 8; 6; 4; 2. **1.18.** 2) 3; 6; 4; 1; 4) 0; 5; 9; 1.
1.19. 1) $\frac{5}{1000}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{5}{10\,000}$. **1.20.** 2) 0,119001; 4) 5,008103.
1.21. 1) Единицы тысяч, десятитысячные; единицы тысяч, миллионные. **1.22.** 2) 5; 4) 6. **1.23.** 1) 900,04; 3) 7 000 000,0005.
1.24. 2) Например, 0,001; 0,00002; 0,000003. **1.25.** 1) $160\frac{78}{1000}$;
3) $\frac{5411}{10\,000}$; 5) $20\frac{4571}{1\,000\,000}$. **1.26.** 2) Стомиллионные; 0,00907002.
1.27. 1) 0,55555; 0,555555; 0,5555555. **1.28.** 2) 0,392 см.
1.29. 9,375 кг. **1.30.** 16,875 кг; 19,75 кг; 15,75 кг. **1.31.** 14 больших и 6 маленьких. **1.32.** 2) 0,01; 4) 0,1; 6) 0,001. **1.33.** 1) 0,01; 3) 0,001; 5) 0,000001. **1.34.** 2) 0,9; 4) 0,08; 6) 0,006; 8) 0,08.
1.35. 1) 0,2; 0,03; 0,12; 0,16. **1.36.** 2) 0,29 м; 0,39 м; 0,13 м.
1.37. 1) 6,53 дм; 3) 42,85 дм; 5) 30,1 дм. **1.38.** 2) 7 дм; 27,5 дм.
1.39. 1) 95 см; 1909 см; 270 см; 41 см. **1.40.** 2) 20 км 763 м; 5 км 700 м; 33 км 5 м. **1.41.** 1) 0,98 кг; 1200 кг; 88 кг.

Скачано с сайта www.aversev.by

1.42. 2) 2,304 т; 4,8 т; 5,038 т. **1.43.** 1) 0,1; 3) 0,25. **1.44.** 2) 2,1 ч; 1,2 ч; 3,4 ч. **1.45.** 1) 0,01; 3) 0,0001; 5) 0,01. **1.46.** 2) 4,48 м^2; 3,0098 м^2; 3,0524 м^2. **1.47.** 1) 645 600 м. **1.48.** 2) 127,85 дм; 4) 12 785 мм. **1.49.** 1) 2 812 680 г; 3) 28,1268 ц. **1.50.** 15,925 кг; 8,325 кг. **1.51.** 17 лет. **1.52.** 2) Например, 12,4; 12,40; 12,400; например, 0,83; 0,830; 0,8300; например, 0,0005; 0,00050; 0,000500. **1.53.** 1) 3,20000; 12,56000; 0,20540. **1.54.** 2) Например, 9,0; 4) например, 648,0. **1.55.** 1) а) 3,50; б) 3,5000; в) 3,500000; г) 3,5000000. **1.56.** 2) 51,25600; 8,22000; 0,90000; 14,05068; 4) 1,06508497; 0,03150000; 0,10000000; 24,12000000; 0,05050500. **1.57.** 1) 0,09007; 3) 0,00008. **1.58.** 160 км. **1.59.** 7. **1.60.** Например, 41 312 432. **1.61.** 1) а) 2,863; б) 2,863; в) 1,798; г) 1,798; 3) а) 2,504; б) 1,71; в) 1,71; г) 0,609. **1.62.** 2) Да; 4) да. **1.63.** 1) 42,09 > 42,08; 3) 7,267 > 7,264. **1.64.** 2) Больше; 4) меньше. **1.65.** 1) Например, 0,12; 3) например, 0,253. **1.66.** 2) 4; 5; 4) 79; 80; 81. **1.67.** 1) Например, 1000,1; 1000,12; 1000,123; 3) например, 0,6; 0,7; 0,74; 5) например, 5,407; 5,408; 5,409. **1.68.** 2) 3 и 4; 4) 909 994 и 909 995. **1.69.** 1) 8,1; 3,591. **1.70.** 2) 60,057; 60,507; 60,57; 60,705. **1.71.** 1) 0,93; 0,82; 0,68; 0,59. **1.72.** 2) Меньше; 4) равны; 6) больше. **1.73.** 1) Например, 2; 3) например, 3; 5) 0; 7) невозможно. **1.74.** 2) Меньше; 4) больше; 6) больше. **1.75.** 1) Больше; 3) меньше; 5) меньше. **1.76.** 2) Не изменится. **1.77.** 1) 50,5505. **1.78.** $1\frac{1}{3}$ мин. **1.79.** $\frac{5}{14}$; 2,8 ч. **1.81.** $O(0)$; $B(2,5)$; $D(6,8)$; $F(10,1)$. **1.85.** 1) $A(0,5)$; 3) $M(2,5)$. **1.86.** 2) N; 4) M. **1.87.** C, T, E, H, K, A. **1.88.** 2) Например, 10,2; 10,3; 10,4; 11,8; 11,9; 4) например, 11,981; 11,982; 11,983; 11,984; 11,985. **1.89.** 1 ч 36 мин. **1.90.** 22,5 ч. **1.91.** 70. **1.92.** Нет. **1.93.** 1) 96°; рис. 6а; 3) 60°; рис. 6б. **1.94.** 2) OC. **1.95.** 1) 118°; 3) 119°. **1.96.** 2) OD; 4) OD; 6) OF; 8) OR. **1.97.** 1) $\angle MOR$; 3) $\angle DOE$; 5) $\angle NOR$. **1.98.** OA. **1.99.** 1) OA. **1.100.** 2) ON; 4) OD; 6) OF. **1.103.** 90°. **1.105.** 48 мин. **1.106.** 22,35 км. **1.107.** $1\frac{1}{8}$; $1\frac{1}{2}$.

Глава 2. Сложение и вычитание десятичных дробей

2.1. 1) 5,9; 3) 18,73; 5) 52,684. **2.2.** 2) 340,61; 4) 52,7081; 6) 290,81489. **2.3.** 1) 43,994; 3) 9899,5579; 5) 45,53888.

Скачано с сайта www.aversev.by

2.4. 2) 38,4; 4) 61,029; 6) 20,22002. **2.5.** 1) Больше; 3) больше. **2.6.** 2) 5,6; 4) 32,168. **2.7.** 1) 5,25; 3) 69,859. **2.8.** 2) 10,000099; 4) 10. **2.9.** 1) 6,075; 3) 3,275. **2.10.** 2) 16,04 + 16,04 + 16,04; 4) 8,02 + 8,02 + 8,02 + 8,02 + 8,02 + 8,02. **2.11.** 1) 74,3 км; 3) 3,035 кг. **2.12.** 2) 6,61 ц = 6,61 ц; 4) 439,785 т = 439,785 т. **2.13.** 1) 6,84; 3) 89. **2.14.** 21,1 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **2.15.** 1) 17,3 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$; 3) 16,15 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **2.16.** 2) 13,78 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$; 4) 14,65 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **2.17.** 1500,7 км^2. **2.18.** 2) 15,1 см; 4) 10,155 дм. **2.19.** 14,2 м^2. **2.20.** 0,44 кг. **2.21.** 1) В любую; 3) в 2 л или в 3 л. **2.22.** 2) Нельзя. **2.23.** Первая фея — в розовом, вторая — в голубом платье и белых туфлях; третья — в белом платье и голубых туфлях. **2.24.** а) и д); б) и е); в) и г). **2.25.** 1) Да; 3) нет. **2.26.** 2) 4,65 + 0,807; 4) 4,09 + 0,301. **2.27.** а); 27,34. **2.29.** 1) 4,76; 3) 9,094. **2.30.** 2) 10; 4) 200. **2.31.** 1) 4; 3) 10,34087; 5) 24. **2.32.** 2) 52. **2.33.** 36,14 кг. **2.34.** 12 кг. **2.35.** 19,1 км. **2.36.** 15,14 дм. **2.37.** 12,74 см. **2.38.** 2 и 5. **2.40.** 2) 4; 4) 10; 6) 0. **2.41.** 1) 2,64; 3) 0,029; 5) 0,509. **2.42.** 2) 7,9; 4) 4,67. **2.43.** 1) Первая на 0,2; 3) вторая на 0,0063. **2.44.** 2) Первая на 9,09; 4) первая на 0,0009. **2.45.** 1) 0,04; 3) 20. **2.46.** 2) 10,27; 4) 0. **2.47.** 1) 5,119. **2.48.** 2) Неверно. **2.49.** 1) Верно. **2.50.** 2) 100 – 0,009; 4) 161 – 0,53927. **2.51.** 1) 0,05; 3) 0,277; 5) 0,7216. **2.52.** 2) 11,83; 4) 90,036; 6) 412,0451. **2.53.** 1) 27,406; 3) 120,608; 5) 5,21917. **2.54.** 2) 1,02; 4) 15,97107; 6) 8,999991. **2.55.** 1) 1,49; 3) 10,3. **2.56.** 2) 1,035; 4) 9,00582. **2.57.** 1) 14,12; 3) 32,798; 5) 37,6835. **2.58.** 2) Увеличится на 2,7; 4) увеличится на 9,6. **2.59.** 1) Уменьшаемому. **2.60.** 2) 1,474; 4) 6,074. **2.61.** 1) 38,27; 3) 16,22. **2.62.** 2) 58,8 ц; 4) 5696,39 г; 6) 76,63 дм; 8) 844 984,38 см^2. **2.63.** 1) 5,41 м; 3) 5,91 м. **2.64.** 2) 29 997,42 см^2; 4) 1057,42 см^2; 6) 5,013 см^2. **2.65.** 1) а) 10,8 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$; б) 14,2 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$; 3) а) 10,45 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$; б) 14,55 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **2.66.** 0,52 м. **2.67.** 93,6 м^2. **2.68.** 2 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **2.69.** 1) Точным; 3) приближенным. **2.70.** 10; 9,52; 9,5161. **2.71.** 1) 19; 19,04; 19,047. **2.72.** 2) а) 15 286; б) 15 286,0; в) 15 300; г) 15 286,04; 4) а) 6401; б) 6401,1; в) 6400; г) 6401,10. **2.73.** Например, 1) 0,2; 0,23; 0,478; 3) 99,9; 99,99; 99,999. **2.74.** Например, 2) 2,46; 2,47; 2,483. **2.75.** Например, 1) 0,68;

Скачано с сайта www.aversev.by

3) 14,997. **2.76.** 2) $p = 9{,}21$; $t = 9{,}22$; например, $n = 9{,}213$; 4) $p = 28$; $t = 28{,}1$; например, $n = 28{,}034$. **2.77.** 1) До десятых с недостатком; 3) до сотых с избытком; 5) до десятитысячных с избытком. **2.78.** 2) 6,71 с избытком; 0,40 с недостатком; 0,89 с избытком; 64,34 с избытком; 4) 30 с избытком; 10 с избытком; 50 с недостатком; 0 с недостатком. **2.79.** 1) С недостатком: а) 1212; б) 1212,6; в) 1212,63; г) 1212,638; д) 1210; е) 1212,6389; с избытком: а) 1213; б) 1212,7; в) 1212,64; г) 1212,639; д) 1220; е) 1212,6390. **2.80.** 29 000; 28 600; 28 590; 28 591; 28 590,7; 28 590,73; 28 590,730; 28 590,7305. **2.81.** 1) 119,5; 119,6; 119,7; 119,8; 119,9; 120,1; 120,2; 120,3; 120,4. **2.82.** 2) 98,765; 98,77; 98,8. **2.83.** 1) 245,4; (244,5); 3) 10,4; (9,5). **2.84.** 2) а) 8,2555; б) 8,2564; 4) а) 0,0025; б) 0,0034; 6) а) 5,6795; б) 5,6804; 8) а) 8,9995; б) 9,0004. **2.85.** Например, 9,99995. **2.86.** 540. **2.87.** 155. **2.88.** Длины в Попугаях: Теленок — 8; Слоненок — 11; Котенок — 3; Верблюжонок — 9; Мартышка — 6. **2.89.** 1) 81,59771; 3) 0,6201. **2.90.** 2) 0; 4) 0; 6) 50. **2.91.** 1) 0,31; а) 0,3; б) 0; в) 0; 3) 49,052; а) 49,1; б) 49; в) 50. **2.92.** 2) 5,1383; а) 5,14; б) 5,138; в) 0; 4) 261,6142; а) 261,61; б) 261,614; в) 300. **2.93.** 1) 12; 3) 156,34. **2.94.** 2) 14,5; 4) 16,1903. **2.95.** 1) $2{,}8 + (13{,}4 - 5{,}9)$; 3) $9{,}271 + 3{,}24 - 11{,}019$. **2.96.** 2) Верно; 4) верно. **2.97.** 1) Верно; 3) неверно. **2.98.** 8,4 км. **2.99.** 11,5 га. **2.100.** 7,6 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **2.101.** 2,5 л. **2.102.** 0,2 м. **2.103.** 2178. **2.104.** б) Тупоугольный, равнобедренный; г) остроугольный, разносторонний. **2.105.** 1) Остроугольный; 3) тупоугольный. **2.106.** 2) Прямоугольный; 4) остроугольный; 6) тупоугольный. **2.107.** а) Остроугольный; в) тупоугольный. **2.108.** б) Равнобедренный. **2.109.** 1) Разносторонний; 3) равнобедренный. **2.110.** Прямоугольные. **2.111.** Прямоугольные; равнобедренные. **2.113.** 1) Тупоугольный; 3) прямоугольный. **2.114.** 2) Прямоугольный; 4) тупоугольный; равнобедренный. **2.115.** 1) Остроугольный; разносторонний; 3) тупоугольный; разносторонний. **2.116.** 2) Прямоугольный; равнобедренный; 4) остроугольный; разносторонний. **2.117.** 5. **2.118.** ΔMRS; а) MR, MS; б) RS; в) $\angle R$; $\angle S$; г) $\angle M$; ΔGLH; а) GH, GL; б) HL; в) $\angle H$; $\angle L$; г) $\angle G$. **2.119.** а) 7. **2.121.** 1) 12 см; 3) 1,5 дм. **2.122.** 2) 39,9 см. **2.123.** 1) 6 см. **2.124.** 2) Равнобедренный. **2.126.** 2) 41°; 4) 22°. **2.127.** Можно.

Скачано с сайта www.aversev.by

Глава 3. Умножение десятичных дробей

3.1. 1) $5{,}13 \cdot 10 = 51{,}3$; 3) $12{,}1 \cdot 100 = 1210$. **3.2.** 2) а) 2148,24; б) 21 482,4; в) 214 824; г) 21 482 400; 4) а) 1,00597; б) 10,0597; в) 100,597; г) 10 059,7. **3.3.** 1) 2,09; 3) 9047; 5) 98 004,2. **3.4.** 2) 10; 4) 0,001. **3.5.** 1) а) 245 080; б) 2 450 800; 3) а) 5264,76; б) 52 647,6; 5) а) 24; б) 240. **3.6.** 2) 86 075 000; 4) 860 750 000 000. **3.7.** 1) 100; 3) 100 000; 5) 100 000 000. **3.8.** 2) 5487,01; в 1000 раз. **3.9.** 1) 0,562204; в 100 раз. **3.10.** 2) 9989,5; 4) 107,81; 6) 1,030452. **3.11.** 1) 37 753 дм; 3) 1836 дм. **3.12.** 2) 10 г; 4) 195 100 г. **3.13.** 1) 47 460 $см^2$; 3) 1 210 000 $см^2$. **3.14.** 2) 98 765,4321; 987 654,321; 9 876 543,21. **3.15.** 1) 0,05 г; 3) 50 г. **3.16.** 2) $8{,}025 \cdot 1000$; 4) $8{,}025 \cdot 100\,000$. **3.17.** 1) а) 1026,084001; б) 102,6084001; в) 10,26084001; г) 0,001026084001; 3) а) 0,04751; б) 0,004751; в) 0,0004751; г) 0,00000004751. **3.18.** 2) 0,0322; 4) 6,071; 6) 0,00046. **3.19.** 1) 0,0000001; 3) 0,0000001. **3.20.** 2) 0,1; 4) 0,001; 6) 0,00000001. **3.21.** 1) 0,0127; 3) 0,006794; 5) 0,0007. **3.22.** 2) 0,0060482; 4) 0,0000060482. **3.23.** 1) 0,05964; 3) 240; 5) 0,57. **3.24.** 2) 20; 4) 0,0901. **3.25.** 1) 100; 3) 100. **3.26.** 2) 3,41; 4) 249,01; 6) 6001,03. **3.27.** 1) 0,0564028; 0,00564028; 0,000564028. **3.28.** Костя: $459 \cdot 0{,}000001$; Максим: $459 \cdot 0{,}0001$. **3.29.** 60 конвертов за 40 с; 90 конвертов за 10 с. **3.30.** 2) $5 \cdot 5{,}08 = 25{,}4$; 4) $7 \cdot 0{,}12 = 0{,}84$. **3.31.** 1) 25,8; 3) 9330,12. **3.32.** 2) 10; 4) 639,099. **3.33.** 0,03125; 0,0625; 0,125; 0,25; 0,5. **3.34.** 2) 8,5 дм; 4) 4,992 м. **3.35.** 1) 11,7 см; 3) 6,3 дм. **3.36.** 2) 2,46; 4) 7,2905; 6) 0,49526. **3.37.** 1) 283,383; 3) 491,70275; 5) 32 309,95824. **3.38.** 2) 0,0000005; 4) 0,0000001; 6) 0,00000009063. **3.39.** 1) 12,04; 3) 1,806. **3.40.** 2) 14,0672; 4) 1,09901099. **3.41.** 1) 17,1049; 3) 0. **3.42.** 2) 23,3058; 4) 2,33058; 6) 0,0233058. **3.43.** 1) Да; 3) да; 5) да; 7) да. **3.44.** б) $2{,}25 = 1{,}5 \cdot 1{,}5$. **3.45.** 1) 12; 3) 8; 5) 63. **3.46.** 2) 0,12 км; 4) 5 мин; 6) 21 ц. **3.47.** 1) 37,064 кг; 3) 3,2121 т; 5) 0,221 ц. **3.48.** 2) $P = 18{,}2$ дм; $S = 12$ $дм^2$; 4) $P = 23{,}6$ см; $S = 34$ $см^2$. **3.49.** 195,2 м $\approx$ 195 м. **3.50.** 4005 м. **3.51.** 6,9 км. **3.52.** 2) 0,008; 4) 5,76; 6) 25,4016; 8) 0,000000125. **3.53.** 1) 1; 3) 0,009; 5) 0,0009072. **3.54.** 2) 0,000968; 4) 0,725. **3.55.** 1) 0,5 см; 3) 0,01 м. **3.56.** 2) 1,44 $дм^2$; 4) 9,0601 $м^2$. **3.57.** 1) 0,125 $дм^3$; 3) 1,030301 $дм^3$. **3.58.** 2) 40 см; 4) 30 см. **3.59.** 186,4506 кг $\approx$ 186 кг. **3.60.** 10. **3.61.** а) и г); б) и в); д) и ж); е) и з). **3.62.** а) и з); б) и е); в) и ж); г) и д).

Скачано с сайта www.aversev.by

3.63. 1) 3,4; 3) 360,9; 5) 205,48. **3.64.** 2) 0; 4) 15,6792. **3.65.** 1) 1 206 308,48; 3) 1,20630848. **3.66.** 2) 290 438; 4) 0,0290438; 6) 290,438. **3.67.** 1) 14,0087; 3) 0,00139008. **3.68.** 2) 5,409; 4) 0,056. **3.69.** 1) 0,001221; 3) 0,3663. **3.70.** 2) 1,726; 4) 3,0008; 6) 0,1647. **3.71.** 1) 3,901; 3) 0,01; 5) 0; 7) 4,6. **3.72.** 2) Увеличится в 3 раза; 4) увеличится в 10 раз. **3.73.** 1) 0,002; 3) 0,0045; 5) 0,4. **3.74.** 2) 1092,0082; 4) 0,564082. **3.75.** 1) 0,09; 3) 41,9571. **3.76.** 2) 2,2; 4) 1,9. **3.77.** 1) 10; 3) 6008,7. **3.78.** 2) 52 802; 4) 0,009152. **3.79.** 1) 6,22; 3) 31,05. **3.80.** 2) 4,68; 4) 300,07. **3.81.** а) Увеличится в 1,029 раза. **3.82.** 129,5 см. **3.83.** 12,408 кг. **3.84.** Не хватит. **3.86.** 132. **3.87.** 7,81. **3.88.** 2,4705. **3.89.** 13,7 дм; 11,2614 дм^2. **3.90.** 10 705,99167 дм^3. **3.91.** 108,12 м^2. **3.92.** Не хватит. **3.93.** 84,15 км. **3.94.** 164,7 м. **3.95.** 38,75 кг. **3.96.** 0,872 кг. **3.97.** 1) а) 3,1; б) 9,3; в) 4,65; г) 1,55; 3) а) 20,004; б) 60,012; в) 30,006; г) 10,002. **3.98.** 2) а) 7,592; б) 0,7592; в) 0,007592; г) 0,07592; д) 0,00007592; е) 0,0007592. **3.99.** 1) а) 4,38; б) 1,533; в) 5,1465. **3.100.** 2) 18°; 4) 36°. **3.101.** 1) 141,6 км; 3) 0,072 т. **3.102.** 2) Больше; 4) меньше. **3.103.** 1) 10; 3) 0,098. **3.104.** 2) 0,0024 км; 4) 0,00144 км; 6) 0,00037 км^2; 8) 0,0512 га. **3.105.** 112. **3.106.** 0,0224 кг. **3.107.** 0,68 м. **3.108.** 0,156 кг. **3.109.** 805 г. **3.110.** 10. **3.111.** 0,6 и 0,4. **3.112.** 2) 273,0048; 4) 0,730281. **3.113.** 1) 0; 3) 100. **3.114.** 2) 0,0009621; 4) 6000. **3.115.** 1) $A > B$; 49,5; 39,45; 3) $A > B$; 119,22; 7,22. **3.116.** 2) 890; 4) 388,626. **3.117.** 1) 631,4971; 3) 7238,01. **3.118.** 2) 50,32; 4) 0,41. **3.119.** 1) A; 3) A. **3.120.** 2) Например, а) $2 \cdot (0{,}111 + 0{,}118)$; б) $0{,}229 \cdot (35 - 33)$. **3.121.** 1) Например, а) $60 \cdot (17{,}82 - 15{,}82)$; б) $1{,}5 \cdot (37 + 43)$. **3.122.** 2) $P = 2 \cdot (2{,}35 + 1{,}2 \cdot 2{,}35)$ дм; 10,34 дм. **3.123.** 1) $m = 7 \cdot (3 \cdot 0{,}025 + 2 \cdot 0{,}25 + 0{,}125 + 0{,}2)$ кг; 6,3 кг. **3.124.** 2) $l = (11 - 1) \cdot 14{,}5 \cdot 0{,}65$ м; 94,25 м. **3.126.** Нельзя.

Глава 4. Деление десятичных дробей

4.1. 1) а) 12,68; б) 1,268; в) 0,1268; г) 0,01268; д) 0,001268; 3) а) 0,0791; б) 0,00791; в) 0,000791; г) 0,0000791; д) 0,00000791. **4.2.** 2) 0,00433; 4) 0,0424; 6) 0,00058. **4.3.** 1) а) 5,628; б) 0,5628; 3) а) 0,00048; б) 0,000048. **4.4.** 2) 0,0001; 4) 0,000001. **4.5.** 1) 10; 3) 1000; 5) 100 000. **4.6.** 2) 10; 4) 1 000 000. **4.7.** 1) 2,5364576; 3) 0,0000531. **4.8.** 2) 0,609942; 4) 0,000609942. **4.9.** 1) 0,0010265; 3) 0,00001. **4.10.** 2) а) 123 100; б) 1 231 000; в) 1 231 000 000;

Скачано с сайта www.aversev.by

г) 123 100 000 000; 4) а) 201,5; б) 2015; в) 2 015 000; г) 201 500 000; 6) а) 0,032; б) 0,32; в) 320; г) 32 000.
4.11. 1) 150,4; 3) 3007. **4.12.** 2) 0,1; 4) 10. **4.13.** 1) 56 813; 3) 1141. **4.14.** 2) 205; 4) 2 050 000. **4.15.** 1) 10; 3) 0,01.
4.16. 2) 0,01756; 4) 0,271. **4.17.** 1) 150; 3) 20,8. **4.18.** 2) 12 340,045; 4) 0,105. **4.19.** 1) 500; 3) 16 800. **4.20.** 2) а) 0,125 меньше в 10 000 раз; б) 1250 больше в 10 000 раз; 4) а) 0,0002059 меньше в 10 000 раз; б) 2,059 больше в 10 000 раз. **4.21.** 1) 5 658 940; 565 894 000; 56 589 400 000. **4.22.** 2) а) $d = 1000$; $l = 1\,000\,000$; б) $d = 1000$; $l = 1$; 4) а) $d = 1000$; $l = 100\,000\,000$; б) $d = 1000$; $l = 0{,}01$. **4.23.** 10. **4.24.** 2) 0,08; 4) 0,0008. **4.25.** 1) 0,05; 3) 0,0005.
4.26. 2) 0,7; 4) 0,007; 6) 0,00000007. **4.27.** 1) 32,11; 3) 3,07; 5) 5,007. **4.28.** 2) 0,05; 4) 0,045; 6) 0,00111. **4.29.** 1) 2,05; 3) 0,6.
4.30. 2) 3,12; 4) 1,56; 6) 0,52. **4.31.** 1) 3,6; 3) 42,32. **4.32.** 2) 0,00594; 4) 76,01; 6) 0,00007601. **4.33.** 1) 0,0008; 3) 0,0804. **4.34.** 2) 0,006; 4) 0,001. **4.35.** 1) 1,2; 3) 0,005. **4.36.** 2) 2,5; 4) 1,2. **4.37.** 1) 1,0928.
4.38. 2) 2,24; 4) 0,0505. **4.39.** 1) 0,4 дм; 3) 3,12 см.
4.40. 2) $a = 25{,}2$; $b = 13$. **4.41.** 233,75 м. **4.42.** 1,4 кг; 1,9 кг; 1 кг. **4.43.** 0,026 м. **4.44.** 12,5 см. **4.45.** 80,75 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **4.46.** 71 см.
4.47. 300 г. **4.48.** 0,1 ч; 6 мин. **4.49.** 13,45 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **4.50.** 1,575 м.
4.51. Поровну. **4.52.** 2) 3; 4) 0,5. **4.53.** 1) 90; 3) 0,9; 5) 90.
4.54. 2) 83; 4) 120 400; 6) 2,9. **4.55.** 1) 13,378; 3) 5,62; 5) 65,04.
4.56. а) и е); б) и г); в) и д). **4.57.** 1) Да; 3) нет.
4.58. 2) $t = 1{,}0758$; 4) $t = 4$. **4.59.** 1) 5,807; 3) 684,092.
4.60. 2) 12,5; 4) 5000; 6) 1,6. **4.61.** 1) 8; 3) 25. **4.62.** 2) 40; 4) 12 500. **4.63.** 1) 200; 3) 0,384. **4.64.** 2) 300; 4) 25.
4.65. 1) 0,34; 3) 0,503. **4.66.** 2) 2,1. **4.67.** 1) Нет; 3) нет.
4.68. 2) 0,264; 4) 71 500. **4.69.** 1) Уменьшится в 100 000 раз; 3) уменьшится в 1 000 000 раз. **4.70.** 2) Увеличится в 100 раз; 4) увеличится в 100 000 раз. **4.71.** 1) $27{,}531 = 1{,}52 \cdot 8{,}05 \cdot 2{,}25$.
4.72. 2) 2. **4.73.** 1) 20,2 см. **4.74.** 62,8 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **4.75.** 50. **4.76.** 2) 0,5; 4) 0,25; 6) 0,00003. **4.77.** 1) 40; 3) 96. **4.78.** 2) 8000 л; 4) 40 км; 6) 200 ч. **4.79.** Да. **4.80.** 2) 13,395; 4) 6,7. **4.81.** 1) 20,33; 3) 601,2. **4.82.** 2) 5,6781; 4) 9,0448. **4.83.** 1) 108,1; 3) 88,997.
4.84. 2) 15,45; 4) 0,2. **4.85.** 1) 554,549. **4.86.** 2) Меньше.
4.87. 1) а) 1,9594; б) 1,0406; 3) а) 37,16; б) 9,16.

Скачано с сайта www.aversev.by

4.88. 2) а) 274,7268; б) 17; 4) а) 905; б) 0,0905. **4.89.** 1) 0,004; 3) 0,01. **4.90.** 2) 2400; 4) 15. **4.91.** 1) 0; 3) 56,00489. **4.92.** 2) Например, а) $t = 76{,}02 : (17 - 13)$; б) $t = 3 \cdot (7{,}284 - 0{,}949)$; 4) например, а) $t = 20{,}0 : (5 - 3)$; б) $t = 8 \cdot (2{,}75 - 1{,}5)$. **4.93.** 1) 12 км; 3) 1,815 дм^2. **4.94.** 400 г. **4.95.** 1) $\frac{1}{2}$; 3) $1\frac{3}{5}$. **4.96.** 2) $2 \cdot 2 \cdot 2$; 4) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$. **4.97.** 1) 0,375; 0,75; 0,875; 0,85. **4.98.** 2) 61,45; 4) 58,044. **4.99.** 1) 1,0625; 2,15; 30,03125; 4,8448.

4.100. 2) $\frac{1}{4} = 0{,}25$; 4) $\frac{14}{177}$; 6) $2\frac{2}{5} = 2{,}4$. **4.101.** 1) Да.

4.102. 2) Меньше; 4) больше. **4.103.** 1) а) $5\frac{2}{125}$; 5,15; 5,25; 5,3; $5\frac{1}{2}$; $5\frac{3}{4}$; б) $5\frac{3}{4}$; $5\frac{1}{2}$; 5,3; 5,25; 5,15; $5\frac{2}{125}$. **4.104.** 2) Например, 0,51; 0,52; 0,53; 4) например, 102,376; 102,377; 102,378. **4.105.** 1) $51{,}375 = 51\frac{3}{8}$; 3) $10{,}375 = 10\frac{3}{8}$. **4.106.** 48; 12.

4.107. 1) 3; 3) 12. **4.108.** 2) 7,5; 4) 90; 6) 4050. **4.109.** 1) $\frac{7}{12}$; 3) $\frac{5}{12}$. **4.110.** 2) 70; 4) $\frac{90}{163}$. **4.111.** 1) $1\frac{19}{28}$; 3) 52,7. **4.112.** 2) 54,5; 4) 15,1. **4.113.** 1) 0,08; 3) $6\frac{2}{3}$. **4.114.** 2) 8,4; 4) $4\frac{2}{3}$. **4.115.** 1) 76,8.

4.116. 2) $\frac{2}{9}$; 4) 2. **4.117.** 1) 0,5; 3) 9. **4.118.** 2) $\frac{17}{24}$; 4) 1,5.

4.119. 1) 0,75; 3) 0,048. **4.120.** 2) 50,325. **4.121.** 1) $66\frac{2}{3}$ см^2; 3) 80,6 см^3. **4.122.** 0,9975 км^2. **4.123.** 270. **4.124.** 7,68 л.

4.125. 24. **4.126.** 56,2 м^2. **4.127.** 7 ч. **4.128.** 74. **4.129.** 62,1 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$; 86,94 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **4.130.** 1 ч 54 мин. **4.131.** 12,375; 97,125.

4.132. 11,1985; 15,2585. **4.133.** 2,36 ч. **4.134.** 54,05 кг.
4.135. 5,8 см. **4.136.** 5,6 см; 7,4 см. **4.137.** 6,8 см; 6,4 см; 7,2 см. **4.138.** 125,3 кг. **4.139.** 11,16; 44,64. **4.140.** 4,25; 6,63.
4.141. 4 см; 8,8 см. **4.142.** 0,6 дм; 0,72 дм. **4.143.** 22,5 см.
4.144. 0,3 кг. **4.145.** 5,6 кг для стен; 7,2 кг для пола; 1,6 кг белой краски. **4.146.** 21,36; 85,44. **4.147.** 56,7. **4.148.** 137,95.
4.149. 40°; 140°. **4.150.** 7 кг пряников; 16,8 кг печенья.

Скачано с сайта www.aversev.by

4.151. 14,85 м. **4.152.** 8,14 дм. **4.153.** 1) Больше; 3) меньше. **4.154.** 2) 21,25 т; 4) 37,675 км; 6) 18,15 га. **4.155.** 1) Больше; 3) меньше. **4.156.** 10,75. **4.157.** 1,65. **4.158.** 8,4 дм. **4.159.** 150°. **4.160.** 66 м^2. **4.161.** 1,8 кг. **4.162.** 8 мин. **4.163.** 30°; 150°. **4.164.** $55{,}72\ \frac{\text{км}}{\text{ч}} \approx 56\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

Глава 5. Пропорции

5.2. 2) $\frac{18}{142}$; 4) $\frac{1}{97}$. **5.3.** 1) $\frac{1}{5}$; 3) $\frac{12}{17}$. **5.4.** 2) $\frac{20}{9}$; 4) 2; 6) $\frac{1000}{27}$. **5.5.** 1) Например, $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{6}$; 3) например, $\frac{3}{4}$; $\frac{6}{8}$; $\frac{9}{12}$. **5.6.** 2) Например, $\frac{8}{18}$; $\frac{12}{27}$; $\frac{20}{45}$; 4) например, $\frac{1}{25}$; $\frac{2}{50}$; $\frac{4}{100}$; 6) например, $\frac{5}{8}$; $\frac{50}{80}$; $\frac{125}{200}$. **5.7.** 1) Например, $\frac{2}{2}$; $\frac{3}{3}$; $\frac{7}{7}$; 3) например, $\frac{5}{2}$; $\frac{10}{4}$; $\frac{100}{40}$. **5.8.** 2) $\frac{8}{1}$; 4) $\frac{10}{11}$. **5.9.** 1) $\frac{24}{18}$; 3) $\frac{18}{42}$. **5.10.** 2) $\frac{300}{1}$; 4) $\frac{2}{3}$. **5.11.** 1) $\frac{90}{2880}$; 3) $\frac{61}{366}$. **5.12.** 2) 14; 4) 6. **5.13.** 1) 16 мальчиков; 12 девочек; 3) 6 мальчиков; 22 девочки. **5.14.** 2) $\frac{3}{5}$; 4) $\frac{2}{1}$. **5.15.** 1) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{2}{5}$; 5) $\frac{5}{1}$. **5.16.** 140°. **5.17.** 50°; 130°. **5.18.** 2) 8 дм; 10 дм. **5.19.** 1) 20 см; 12 см. **5.20.** 2) 6. **5.22.** 84,7 см^2. **5.23.** $AX = 4{,}8$ см; $BX = 4$ см. **5.24.** 6) Отношение стоимости 4 булочек и 1 буханки хлеба к стоимости 2 пакетов молока, 1 пакета сметаны, 4 булочек и 1 буханки хлеба. **5.26.** Маша. **5.28.** 2) $2 : 5{,}5 = 3 : 8{,}25$; $\frac{2}{5{,}5} = \frac{3}{8{,}25}$; 4) $56 : 35 = 1{,}6 : 1$; $\frac{56}{35} = \frac{1{,}6}{1}$. **5.29.** 1) Например, $\frac{8}{2} = \frac{20}{5}$; 3) например, $1{,}4 : 2 = 3{,}5 : 5$. **5.30.** 2) Да; 4) нет. **5.31.** 1) Да; 3) да. **5.32.** 2) $\frac{45}{15} = \frac{75}{25}$; $\frac{15}{45} = \frac{25}{75}$; $\frac{25}{45} = \frac{125}{225}$. **5.33.** 1) Например, $5 : 3 = 25 : 15$; 3) например, $5{,}4 : 30 = 0{,}99 : 5{,}5$ (всего возможно 8 способов). **5.34.** 2) Например, $26 : 39 = 52 : 78$; 4) например, $0{,}84 : 2{,}1 = 4{,}2 : 10{,}5$. **5.35.** 1) Например, $2 : 6 = 12 : 36$; 3) на-

Скачано с сайта www.aversev.by

пример, $25 : 10 = 15 : 6$ (возможны 3 варианта подбора). **5.36.** 2) Например, $18 : 2 = 90 : 10$; $90 : 18 = 10 : 2$; $2 : 18 = 10 : 90$; 4) например, $\frac{44}{33} = \frac{56}{42}$; $\frac{42}{33} = \frac{56}{44}$; $\frac{33}{44} = \frac{42}{56}$. **5.37.** 1) 48; 3) 2. **5.38.** 2) 7; 4) 0,00175. **5.39.** 1) 0,0425; 3) 3,6. **5.40.** 38. **5.41.** 28,35 км. **5.42.** 99 456. **5.43.** 12 500. **5.44.** 206,4 кг. **5.45.** 1) Да; 3) нет. **5.46.** 2) Увеличится в 3 раза. **5.47.** 70 ц. **5.48.** 11,7 кг. **5.49.** 1) 6,25 км. **5.50.** 2) 37,5; 4) $5\frac{5}{6}$. **5.51.** 5 дм. **5.52.** Поровну. **5.53.** 1) 128; 3) 64. **5.54.** 2) 35; 4) 7. **5.55.** 18 ч. **5.56.** 45,5 кг. **5.57.** 3,2 ч. **5.58.** 16 ч 15 мин. **5.59.** 1) Увеличится в 2 раза. **5.60.** 2) Да. **5.61.** 1) $1\frac{1}{3}$; 3) 3,5. **5.62.** Дочери — 500 динариев, матери — 1000 динариев, сыну — 2000 динариев. **5.63.** 1) Да; 3) нет; 5) да. **5.64.** 2) 3:1; 4) 11:21; 6) 16:19. **5.65.** 1) 1:3; 3) 49:1; 5) 5:4. **5.66.** 2) а) 60 и 20; б) 64 и 16; в) 30 и 50; г) 8 и 72; 4) а) 36 и 114; б) 130 и 20; в) 65 и 85; г) 102 и 48; 6) а) 0,9 и 6,3; б) 2,8 и 4,4; в) 3,2 и 4; г) 3 и 4,2. **5.67.** 8 девочек, 18 мальчиков. **5.68.** 15 и 20. **5.69.** Винтику — 3720 леп, Шпунтику — 4340 леп. **5.70.** 2) 72°; 108°; 4) 50°; 130°. **5.72.** 2) 20; 30; 40; 4) 24; 24; 42. **5.73.** 1) 2,5; 5; 5; 3) 3,5; 4; 5. **5.74.** 2) 18; 30; 48; 4) 16; 40; 40. **5.75.** 1) 12; 90; 3) 22; 96. **5.76.** 2) $21\frac{2}{3}$; 27; 4) 122,5; 590. **5.77.** 2100. **5.78.** 18. **5.79.** 54. **5.80.** 4,2 см; 2,8 см; 3,5 см. **5.81.** 1 лейка на 20 кустов. **5.83.** 1) 1:100 000; 3) 1:500 000. **5.84.** 2) 1:500 000; 4) 1:5 000 000. **5.85.** 1) 1:100; 3) 1:100 000. **5.86.** 2) 1:500; 4) 1:8 000 000. **5.87.** 1) 1:400 000; 3) 1:1 000 000. **5.88.** 2) 1:4 000 000; 4) 1:800 000. **5.89.** 1) 3 м; 3) 12 см. **5.90.** 2) 1:100 000; 4) 1:10 000 000. **5.91.** 3,8 см. **5.92.** 1:225 000. **5.93.** 2 Попугая. **5.94.** 25. **5.95.** 1:10 000. **5.96.** 25 см; 13 см; 21,6 см. **5.97.** 1) 10:1; 3) 3:1. **5.98.** 1:50; 2) 56 см; 6 см; 4) 13 см; 16 см. **5.99.** 1) 1:100; 3) 1:60. **5.100.** 50 000. **5.101.** 1) 228 м; 3) 142,5 км. **5.102.** 12 км.

Глава 6. Проценты

6.1. 1) 17 %; 3) 101 %. **6.2.** 2) 55 %; 4) 66 %. **6.3.** 1) 3 %; 3) 74 %. **6.4.** 2) 0,09; 4) 0,76. **6.5.** 1) 1,04; 3) 2,15. **6.6.** 2) $\frac{1}{5}$; 4) $\frac{3}{4}$. **6.7.** 1) 15;

Скачано с сайта www.aversev.by

3) 2460. **6.8.** 2) 10,75; 4) 0,9987. **6.9.** 1) 10 г; 3) 100 м^2. **6.10.** 2) 36 м; 4) 0,724 га. **6.11.** 1) 8,519 км^2; 3) 0,8 км^2. **6.12.** 2) 0,2 от числа 75 равны 15; 4) 250 м составляют $\frac{1}{4}$ от 1 км. **6.13.** 1) 50 % учащихся класса — спортсмены; 3) 20 % учащихся — футболисты. **6.14.** 2) 9; 4) 17,9. **6.15.** 1) 196; 3) 7,5. **6.16.** 2) 91; 4) 1,5. **6.17.** 1) 1,2; 3) 8,4. **6.18.** 2) 0,5 мин; 4) 3 ч 12 мин. **6.19.** 1) Меньше; 3) больше. **6.20.** 2) 72°; 4) 81°. **6.21.** 1) Острый; 3) острый. **6.22.** 2) 135°; 4) 180°. **6.23.** 1) 156; 3) 130,2. **6.24.** 2) 235,6; 4) 616,9. **6.25.** 1) 210 л. **6.26.** Инжир — 2,4 кг; гранат — 1,9 кг; хурма — 2 кг; фейхоа — 1 кг. **6.27.** 4800 кг. **6.28.** 164. **6.29.** 4858,7 км^2. **6.30.** 10 000 000 000 т. **6.31.** 1) 450 кг; 3) 1,875 т. **6.32.** 2) 57,6 мм; 4) 14,4 см. **6.33.** 1) 1,2; 3) 2. **6.34.** 2) $1\frac{1}{3}$; 4) 5. **6.35.** 1) Увеличилось в 6 раз; 3) увеличилось в 4 раза. **6.36.** 27 с. **6.37.** 1) 4510; 3) 75. **6.38.** 2) 180 т; 4) 75 мин. **6.39.** 1) 5; 3) 12,016. **6.40.** 2) 48; 4) 4. **6.41.** 1) 256 км; 3) 524 кг. **6.42.** 500 т. **6.43.** 18. **6.44.** 150. **6.45.** 1) $a > b$; 3) $a > b$. **6.46.** 2) 20 %; 4) 1000 %; 6) $28\frac{4}{7}$ %. **6.47.** 1) 25 %; 3) 0,75 %. **6.48.** 7,63 %. **6.49.** 20,67 %. **6.50.** 2) 50 %; 4) 6,25 %. **6.51.** 1) 80 %; 3) 140 %. **6.52.** 74,0 %. **6.53.** 1) 37,5 %; 3) 60 %. **6.54.** 50 %. **6.55.** Детские хоры — 20 %, вокальные группы — 42,5 %, музыкальные коллективы — 37,5 %. **6.56.** 2) 150 %; 4) $333\frac{1}{3}$ %. **6.57.** 1) 80 %; 3) $142\frac{6}{7}$ %. **6.58.** 2) 10 100 %; 4) $10\frac{10}{999}$ %. **6.59.** 1) 72 %; 3) $66\frac{2}{3}$ %. **6.60.** 2) 9,9; 4) 0,021. **6.61.** 1) 80; 3) 3,75. **6.62.** 2) 40 %; 4) 80 %. **6.63.** 1) 80 %; 3) 48 %. **6.64.** 2) 600 %; 4) $16\frac{2}{3}$ %. **6.65.** 170 %. **6.66.** 2) 300 %. **6.67.** 72 %. **6.68.** 2) $426\frac{2}{3}$ %. **6.69.** 1) 1000 %; 3) 1 %. **6.70.** $166\frac{3}{3}$ %. **6.71.** 1) $11\frac{1}{9}$ %; 3) $12\frac{1}{2}$ %. **6.72.** 2) 30°; 150°. **6.73.** 0,75 м^3. **6.74.** 25 %. **6.75.** 1) 150 %. **6.76.** 75 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **6.77.**1) 25 %. **6.78.** $90\frac{30}{83}$ %. **6.79.** 1) 0,001 %; 3) 0,00004 %. **6.80.** 10,8 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **6.81.** 63 км. **6.82.** 0,35 % азота; 0,15 % фтора;

Скачано с сайта www.aversev.by

0,7 % калия. **6.83.** 15,8 т. **6.84.** 2) $11\frac{1}{9}$ %; 4) $4\frac{1}{6}$ %. **6.85.** 1) 16 %; 3) $46\frac{2}{3}$ %. **6.86.** 2) 300 %; 4) 150 %. **6.87.** 1) 50 %; 3) $33\frac{1}{3}$ %. **6.88.** $33\frac{1}{3}$ %. **6.89.** Моделей фирмы «Тяп» продано больше на 100. **6.90.** 50 г. **6.91.** Успеет. **6.92.** 46,8. **6.93.** 20 %. **6.94.** 2) 3840 кг. **6.95.** 1) $MN = 6$ см. **6.96.** 2) 60. **6.97.** 1) 25 см. **6.98.** 2) а) Уменьшить на 20 %; б) увеличить на $33\frac{1}{3}$ %. **6.99.** 1) а) Увеличилось на 1,44 %; б) уменьшилось на 36 %; **6.100.** 2) 10 кг. **6.101.** $28\frac{4}{7}$ %. **6.102.** 16. **6.103.** 1) 252. **6.104.** 2) $AC = 1{,}2$ см; $CK = 4{,}8$ см; $BK = 6$ см; $11\frac{1}{9}$ %. **6.105.** 1) 1400; 3) 2240. **6.106.** 2) 40. **6.107.** 24. **6.108.** 18. **6.110.** б). **6.119.** 1) $\frac{1}{2}$. **6.124.** 60 рыб у Пети, 40 рыб у Толи; 100 рыб.

Глава 7. Рациональные числа

7.1. 1) 28; 3) –52; –11,007; $-4\frac{2}{3}$; –4,58; –0,21. **7.2.** б) –0,5 °C; г) 1 °C. **7.3.** 1) –2 °C; 1,5 °C; –0,5 °C; 3 °C; 3) –6 °C; –2,5 °C; –4,5 °C; –1 °C. **7.4.** 2) – 89,2 °C; 4) – 42,2 °C; 6) – 160 °C. **7.5.** 1) +4807 м; 3) –395 м. **7.7.** 1) $+\frac{14}{3}$; 3) $-\frac{191}{20}$. **7.8.** 2) $+24\frac{4}{5}$; 4) $-87\frac{5}{9}$. **7.9.** 1) $-\frac{141}{200}$; 3) $-60\frac{1}{40}$. **7.10.** 2) –20,24; 4) –113,875. **7.11.** 1) $-\frac{15}{2}$; 3) $-\frac{27}{10}$. **7.12.** Поровну. **7.14.** а), г). **7.15.** 1) 0,44; $\frac{8}{15}$; 1,8; 3,2. **7.16.** 2) Правее; 4) левее. **7.17.** а) $R(-8)$, $A(-6)$, $F(-4)$, $M(-1)$, $O(0)$, $E(1)$, $C(2)$, $D(4)$, $N(6)$, $L(9)$; в) $U(-1)$, $M(-0{,}9)$, $R(-0{,}7)$, $Q(-0{,}4)$, $B(-0{,}2)$, $O(0)$, $S(0{,}3)$, $N(0{,}6)$, $C(0{,}8)$, $E(1)$. **7.22.** 2) R. **7.23.** 1) B. **7.24.** T, S, O, P. **7.25.** 1) Например, –9; 3; 3) например, –1,6; 7. **7.26.** 2) Например, –2; –13; –103; 4) например, –99,9; –100; –253. **7.27.** 1) Например, –1; 0; 1; 3) например, –4; –3; –2,5. **7.28.** 2) R, N; 4) G. **7.29.** 1) Например, –0,5; 0,5; 0,6; 3) например, –0,5; 0; 1; 5) например, –2,19; –2,18; –1,9. **7.30.** 2) M; 4) L. **7.31.** Ровесники.

Скачано с сайта www.aversev.by

7.32. 150 %; $28\frac{4}{7}$ %. **7.33.** 15 лет. **7.34.** а). **7.36.** 2) A и S; C и G; F и T; N и Q; D и O; 4) A и N; G и O. **7.37.** 1) B и F; D и N; H и S; 3) A и F; D и H. **7.47.** 1) 2,9 см. **7.50.** 1200 и –1200; 12 000 и –12 000; 120 000 и –120 000. **7.51.** а) –48; –65; 0; 66; 9816; в) –65; –48. **7.52.** 2) B; 4) M; 6) T. **7.53.** Например, U и Q; –2 и 2; V и R; –3 и 3. **7.55.** 1) 10; 3) –2. **7.56.** 2) 16,5. **7.57.** 1) 66,84. **7.58.** 2) $91\frac{1}{7}$; 4) 5,9. **7.59.** 1) $22\frac{8}{15}$; 3) $-60\frac{3}{7}$. **7.61.** 1) а) 7,91; б) 3,73; 3) а) $28\frac{1}{3}$; б) $2\frac{5}{6}$. **7.62.** 2) 4; 4) 12,555. **7.63.** 1) 40,5; 3) $1\frac{23}{28}$. **7.64.** 2) 9,45; 4) 19,47. **7.65.** 1) –5; 3) –26. **7.66.** 60 %. **7.67.** 1) 218; 3) 15,83. **7.68.** 2) –12 и +12; 4) –65,73 и +65,73. **7.69.** –55 555 и +55 555; –5555 и +5555; –555 555 и +555 555. **7.70.** 2) 8; 9,7; 5,83; $1\frac{5}{16}$. **7.72.** 2) Равны; 4) меньше. **7.73.** 1) 35,92; 3) $23\frac{3}{7}$. **7.74.** 2) 2,4; 4) 90. **7.75.** 1) 8; 3) 57,6. **7.76.** 2) $8\frac{5}{9}$; 4) 20,92. **7.77.** 1) –25,64; +25,64; 3) 0. **7.78.** 2) –1; +1; 4) $-13\frac{2}{7}$; $+13\frac{2}{7}$. **7.79.** 1) A; 3) B. **7.80.** 2) N; 4) M. **7.82.** 2) Меньше; 4) больше. **7.83.** 1) Меньше; 3) больше. **7.84.** 2) –999; –1000,1; –1000,001; $-1000\frac{3}{7}$. **7.85.** 1) $0 < 0{,}0088$; 3) $-8{,}09 < 8{,}09$. **7.86.** 2) $0{,}606 > 0{,}6006$; 4) $7\frac{11}{12} > 7\frac{11}{15}$. **7.87.** 1) $-9\frac{1}{11} < -1\frac{9}{11}$; 3) $-\frac{26}{35} < -\frac{26}{37}$; **7.88.** 2) $n > p$; 4) $n > c$. **7.89.** 1) –1 и 0; 3) –19 и –18. **7.90.** 2) –6; –5; –4; –3; –2; –1; 0; 4) –4; –3; –2; –1; 6) –1. **7.91.** 1) Больше; 3) меньше. **7.92.** 2) Например, –2; –1; 0; 4) например, –9,1; –9,2; –9,3. **7.93.** 1) –3 и –2; 3) –1 и 0. **7.94.** 2) 0,0005; $-25\frac{3}{4}$; 4) –999; –999,9. **7.95.** 1) –99 999,9; –999,999; –999,9; –99,9999; 9,99; 9999,99; 3) $-12\frac{11}{12}$; $-12\frac{1}{12}$; $-\frac{7}{12}$; $\frac{5}{12}$; 12; $12\frac{5}{12}$; $12\frac{7}{12}$. **7.96.** 2) Меньше; 4) больше. **7.97.** 1) Например, 7; 3) например, 1. **7.98.** 2) Например, 7; 4) например, 1. **7.99.** 1) D;

Скачано с сайта www.aversev.by

3) E. **7.101.** 1) $a < b$; 3) $-a < b$. **7.102.** 2) $a < -b$; 4) $-a < -b$. **7.103.** 1) $a = -8$; $b = 8$. **7.104.** 2) –0,607; 4) –36,4. **7.105.** 1) Не обязательно; 3) верно.

Глава 8. Сложение и вычитание рациональных чисел

8.1. 1) +6; 3) 0; 5) +58. **8.2.** 2) 0; 4) –19. **8.3.** 1) 0; 3) –15. **8.4.** 2) 5; 4) –10. **8.6.** 2) –68; 4) 0. **8.7.** 1) –17,58; 3) –622,48. **8.8.** 2) +10; 4) +505 821. **8.9.** 1) –34,31; 3) –0,4347. **8.10.** 2) –900; 4) –5,4987. **8.11.** 1) $-11\frac{10}{21}$; 3) $-5\frac{67}{80}$. **8.12.** 2) –6,88; 4) $-382\frac{3}{28}$. **8.13.** 1) Например, 2,3 + (–2,3); 3) например, 89,2 + (–32,5). **8.14.** 2) –9,955; 4) $1\frac{1}{24}$. **8.15.** 1) –11; 3) 0. **8.16.** 2) Увеличится на 25; 4) уменьшится на 4862. **8.17.** 1) –18,9 + 22,87; 3) –98,0075 + + $\big(-\big(-(-(-289{,}1162))\big)\big)$. **8.19.** а) и г); б) и в). **8.20.** 2) Меньше; 4) больше. **8.21.** 1) –26,87; 3) –200,25. **8.22.** 2) 0; 4) –1800. **8.23.** 1) $\frac{5}{9}$; 3) $-69\frac{4}{15}$. **8.24.** 2) 10; 4) 887,897. **8.25.** 1) –12,382; 3) 0. **8.26.** 2) –26,578; 4) –9,053443. **8.27.** 1) –15,45; 3) –24. **8.28.** 2) –27; 4) –2091. **8.29.** 1) –4; 3) –2916. **8.30.** 2) –75,6. **8.33.** 1) 42 + (–15) = 27; 3) 56,8 + 0,82 = 57,62. **8.34.** 2) 0; 4) 0. **8.35.** 1) 56,9; 3) $-89\frac{11}{26}$. **8.36.** 2) 1; 4) 1. **8.37.** 1) –30; 3) –2,871. **8.38.** 2) $-8\frac{13}{140}$; 4) –1,75. **8.39.** 1) –7,9; 3) $\frac{19}{36}$. **8.40.** 2) 100,108; 4) –2,605. **8.41.** 1) 444; 3) 19,64; 5) –184,97. **8.42.** 2) –8,9. **8.43.** 1) 433,29; 3) –8,52. **8.44.** 2) –31,6; 4) 22,6. **8.45.** 1) 77. **8.46.** 2) Например, а) –2 – (–84); б) 24 – (–58); 4) например, а) –7 – (–75,9); б) –4,8 – (+64,1). **8.47.** 1) 2,2; 3) 608. **8.48.** 2) а) Увеличится на 9,6; б) уменьшится на 9,6. **8.49.** 1) Отрицательным; 3) положительным. **8.50.** 2) 0,67. **8.51.** 1) 0; 3) $-42\frac{5}{9}$. **8.52.** 2) –5,5 °C. **8.53.** 147 °C. **8.54.** 430 м. **8.56.** 2) N, K, M; 4) R, S, U. **8.57.** 1) 15; 3) 3,04. **8.58.** 2) 15,03; 4) 28,65. **8.59.** 1) 56; 3) 13; 5) 13; 7) 46. **8.60.** 2) –9; 4) –8,9. **8.61.** 1) 16,5; 3) 31,4. **8.62.** 2) $x = -11$; $y = 59$; 4) $x = -36{,}2$; $y = -2{,}2$. **8.63.** 1) $a = 9{,}4$; $b = 22{,}2$; 3) $a = -25{,}96$; $b = -4{,}56$. **8.64.** 2) 4; 4) –28. **8.65.** 1) 50; 3) 150. **8.67.** 1) B, D, E, K;

Скачано с сайта www.aversev.by

3) A, C, D, P. **8.68.** $A(4; -1)$, $B(-2; 3)$, $C(-6; -4)$, $E(-4; 1)$, $K(3; 4)$, $M(-6; 0)$, $P(6; 2)$, $Z(0; -4)$. **8.70.** б) D; г) C, M, E. **8.71.** 1) Прямоугольник. **8.74.** 2) Да; 4) нет. **8.75.** 1) Да; 3) нет. **8.76.** 2) $B(2; 1)$; 4) B$(-2; -1)$. **8.77.** $C(3; 4)$. **8.78.** 2) $A_1(-3; 6)$, $B_1(-5; -4)$. **8.79.** 1) $(8; -5)$; 3) $(-2; 3)$.

Глава 9. Умножение и деление рациональных чисел

9.1. 1) -540; 3) 90; 5) 0; 7) 451. **9.2.** 2) 1,8; 4) 1,8; 6) 1,8. **9.3.** 1) $-1{,}5$; 3) 4; 5) -40. **9.4.** 2) $-1501{,}8$; 4) $-8648{,}32$. **9.5.** 1) $-1{,}28$; 3) 0,0812. **9.6.** 2) $\frac{3}{4}$; 4) -7; 6) $-3{,}6$. **9.7.** 1) 0,01; 3) $-1{,}44$; 5) $-0{,}001$; 7) 0,027; 9) $-125{,}44$. **9.8.** 2) -7; 4) $-0{,}2$; 4; 6) любое число; 8) -6; 6; 11. **9.9.** 1) $-1{,}0976$; 3) 0,05; 5) 0,0009072. **9.10.** 2) 29,4; 4) 253,3815. **9.11.** 1) 0,003; 3) 1,815. **9.12.** 2) Да; 4) да. **9.13.** 1) Больше; 3) меньше. **9.14.** 2) 86,07; 4) 0,17. **9.15.** 1) 16,8; 3) $66\frac{1}{14}$. **9.16.** 2) 125 000; 4) 381,7. **9.17.** 1) -16; 3) 4. **9.18.** 2) $-1{,}020401$; 4) 0. **9.19.** 12 с. **9.20.** 2) 206,8; 4) -1001. **9.21.** 1) $-90{,}91$; 3) 4,007. **9.22.** 2) $-0{,}01608$; 4) $-0{,}0000604$. **9.23.** 1) $-0{,}5028$; 3) $-0{,}02504$. **9.24.** 2) $-109{,}89$; 4) $-3{,}2967$. **9.25.** а) и з); б) и е); г) и д). **9.26.** 2) $-3m - 3n + 3k$; 4) $20a + 16b + 8c$; 6) $4a - b + 3c$; 8) $9 + x + 2y + 9z$. **9.27.** 1) $-s + d$; 3) $5n - 4$. **9.28.** 2) 11,2; 4) $-31{,}8$. **9.29.** 1) $x = 1\frac{5}{9}$; 3) $x = 1{,}2$. **9.30.** 2) $-10y + 11$; 4) $6p + 12q - 4$. **9.31.** 1) -15; 3) 3. **9.32.** 2) -7. **9.33.** 1) $-6{,}1$; 3) 0,096. **9.34.** 2) 29; 4) $-51{,}05$. **9.35.** 1) $-180{,}6$; 3) $-109{,}744$. **9.36.** 2) $-2{,}5$; 4) 0,006; 6) 0,08. **9.38.** 2) Да; 4) нет; 6) да. **9.39.** 1) $1\frac{1}{6}$; 3) $-\frac{3}{43}$; 5) $-\frac{2}{3}$; 7) $\frac{1}{14}$. **9.40.** 2) а) Меньше; б) меньше; 4) а) меньше; б) меньше; 6) а) больше; б) больше. **9.41.** 1) а) $\frac{18}{37}$; б) $-\frac{18}{101}$; 3) а) $-\frac{10}{127}$; б) $\frac{10}{29}$; 5) а) $\frac{5}{18}$; б) $-\frac{5}{18}$. **9.42.** 2) а) $-\frac{2500}{21}$; б) 0,0084; 4) а) -8; б) $\frac{1}{8}$; 6) а) $-\frac{5}{21}$; б) 4,2. **9.43.** 1) а) $\frac{8}{27}$; б) $-3\frac{3}{8}$; 3) а) $1\frac{7}{9}$; б) $-\frac{9}{16}$; 5) а) $-\frac{27}{343}$; б) $12\frac{19}{27}$. **9.44.** 2) $\frac{8}{51}$; 4) $\frac{9}{41}$. **9.45.** 1) 3,5;

Скачано с сайта www.aversev.by

3) $\frac{5}{7}$. **9.46.** 2) $\frac{5}{18}$; 4) $5\frac{1}{3}$. **9.50.** 2) -4; 4) 1,6; 6) $-3\frac{1}{3}$. **9.51.** 1) 300; 3) -50. **9.52.** 2) 27,5; 4) $-1{,}5$; 6) -4. **9.53.** 1) 0; 3) $\frac{25}{169}$. **9.54.** 2) Больше; 4) больше. **9.55.** 1) а) $-2{,}5$; б) 0,4; 3) а) $-1\frac{2}{3}$; б) 0,6; 5) а) 5,5; б) $-\frac{2}{11}$. **9.56.** 2) 14; 4) $-40\frac{5}{6}$. **9.57.** 1) $-40\,200$; 3) 8,25. **9.58.** 2) $-1{,}3$; 4) 0,15; 6) $-\frac{2}{13}$. **9.59.** 1) $-\frac{3}{16}$; 3) -32. **9.60.** 2) 210; 4) $1\frac{1}{9}$. **9.61.** 1) Например, $\frac{-6}{3}$ или $\frac{-8}{4}$; 3) например, $\frac{-67}{10}$ или $\frac{-134}{20}$; 5) например, $\frac{-23}{3}$ или $\frac{-115}{15}$; 7) например, $\frac{781}{100}$ или $\frac{1562}{200}$. **9.63.** 1) $-\frac{1}{2}$; -1; -2; -4; 4; 2; 1; $\frac{1}{2}$. **9.64.** 2) Да; 4) нет; 6) нет. **9.65.** 1) B, C, D, P. **9.66.** 2) Нет; 4) да; 6) да. **9.67.** 1) $\frac{3}{4}$; 1; 2; -3; $-\frac{3}{2}$; $-\frac{2}{3}$. **9.68.** 2) $y = 4x$; 4) $y = -\frac{1}{3}x$. **9.69.** Например, 1) $(-3;\ 4)$; $(-6;\ 8)$; $(3;\ -4)$; $(6;\ -8)$; $(-9;\ 12)$; 3) $(2;\ 5)$; $(4;\ 10)$; $(6;\ 15)$; $(0;\ 0)$; $(-2;\ -5)$. **9.70.** Да. $(100;\ 350)$; $(2000;\ 7000)$; $(-300;\ -1050)$, $(-1200;\ -4200)$. **9.71.** 1) 8 см; 4 см; 2 см; 1 см; 3) 8 см^2. **9.72.** Например, 2) $-\frac{3}{4}$; $-\frac{3}{5}$; $-\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$. **9.73.** 1) $-\frac{1}{5}$; 3) $\frac{1}{2}$. **9.74.** 2) $y = \frac{338}{x}$; 4) $y = -\frac{125}{x}$. **9.76.** Например, 2) $(1;\ -1)$; $\left(\frac{1}{2};-\frac{5}{2}\right)$; $\left(\frac{1}{3};-3\right)$; 4) $(1;\ -1)$; $(2;\ -5)$; $(3;\ -9)$; 6) $(2;\ -2)$; $(4;\ -7)$; $(6;\ -12)$; 8) $(-2;\ 6)$; $(-4;\ 13)$; $(-6;\ 20)$. **9.77.** 1) Нет; 3) да; 5) нет. **9.78.** 2) Да, -11995; 4) да, 4405. **9.79.** 1) Да, $-25{,}825$; 3) да, 5,35. **9.80.** 2) $1\frac{2}{5}$; 4) $\frac{29}{30}$. **9.81.** 1) $y = 1{,}5x + 1{,}5$. Например, а) $(-3;\ -3)$; $(-2;\ -1{,}5)$; $(-1;\ 0)$; б) $(1;\ 3)$; $(2;\ 4{,}5)$; $(3;\ 6)$; в) $(1;\ 3)$; $(2;\ 4{,}5)$; $(3;\ 6)$; г) $(-3;\ -3)$; $(-2;\ -1{,}5)$; $(-1{,}5;\ -0{,}75)$; 3) $y = -0{,}5x - 2{,}5$. Например, а) $(-1;\ -2)$; $(-3;\ -1)$; $(-5;\ 0)$; б) $(1;\ -3)$; $(0{,}5;\ -2{,}75)$; $(0{,}2;\ -2{,}6)$; в) $(-6;\ 0{,}5)$; $(-8;\ 1{,}5)$;

Скачано с сайта www.aversev.by

(–10; 2,5); г) (1; –3); (2; –3,5); (3; –4). **9.82.** 2) –1; 4) $-3\frac{1}{12}$. **9.83.** 1) а) –5,00555; б) –0,00005. **9.85.** 1) $1\frac{8}{15}$; 3) 2. **9.86.** 2) –8. **9.87.** 1) 1. **9.88.** 2) 2. **9.89.** 1) 10,4; 3) 1. **9.90.** 2) 0,25; 4) 1,2. **9.91.** 1) 46; 3) 84.

Глава 10. Степень с целым показателем

10.1. 1) 3^4; 3) $(-4,9)^6$. **10.2.** 2) b^9; 4) m^7. **10.3.** 1) $a \cdot a \cdot a \cdot a$; 3) $m \cdot m \cdot m$. **10.4.** 2) $\left(\frac{1}{5}\right)^2$; 4) $\left(-\frac{9}{5}\right)^4$. **10.5.** 1) $\left(-4\frac{1}{7}\right)^3$; $\left(\frac{3}{5}\right)^2$; $\left(2\frac{1}{4}\right)^2$; $\left(-4\frac{1}{3}\right)^4$. **10.6.** 2) а) –98,4; б) 16,8; в) –16,8; г) 98,4; д) 98,4; е) –98,4. **10.7.** 1) В 1,5 раза. **10.8.** 2) 2^{11}; 4) 2^{15}; 6) 2^{m+14}. **10.9.** 1) 3^{10}; 3) 3^{a+6}; 5) 3^{t+6}. **10.10.** 2) –1; 1; 2187. **10.11.** 1) 64; 3) 625. **10.12.** 2) Плюс; 4) 0. **10.13.** 1) $\left(\frac{1}{13}\right)^2$; 3) $\left(-3\frac{1}{8}\right)^5$. **10.14.** 2) m; 4) m^{19}. **10.15.** 1) 243; 3) 8192; 5) 400. **10.16.** 2) Да; 4) нет. **10.17.** 1) –27; $\frac{1}{8}$; 1000; 3) –1,8; 0,04; $3\frac{2}{3}$. **10.18.** 2) 5^9; 4) 9. **10.19.** 1) Минус; 3) плюс. **10.20.** 12 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **10.21.** 1) 3^{28}; 3) 3^{8a}; 5) 3^{6m+12}. **10.22.** 2) a^{24}; 4) a^6; 6) a^{12}; 8) a^2. **10.23.** 1) $(3^2)^{10}$; 3) $(3^5)^4$. **10.24.** 2) $(2k^{10})^2$; 4) $\left(\left(\frac{5}{6}\right)^5\right)^2$. **10.25.** 1) $(m^3)^3$; 3) $0,7^3$; 5) $(-0,09)^3$. **10.26.** 2) $(m^2y^3)^2$; 4) $(9x^3y^2)^2$; 6) $(0,05a^5d^6)^2$. **10.27.** 1) –64; 16; 64; 3) –10; 11; 100. **10.28.** 2) m^{3x}; 4) b^{a+20}; 6) a^{12}. **10.29.** 1) $32m^5x^5$; 3) $0,0001m^8k^8y^4$. **10.30.** 2) 1 000 000; 4) 1. **10.31.** 1) $(-1,3ad)^6$; 3) $(0,7bct)^2$. **10.32.** 2) $-\frac{216}{y^3}$; 4) $\frac{121}{b^2}$. **10.33.** 1) $\frac{x^2y^2}{4}$; 3) $\frac{x^4y^{10}}{z^6}$. **10.34.** 2) $\left(\frac{7}{8}\right)^2$; 4) $0,1^2$; 6) $\left(-\frac{1}{5}\right)^3$; 8) $\left(-\frac{1}{5}\right)^3$. **10.35.** 1) $\left(\frac{a}{3}\right)^2$; 3) $\left(\frac{m^2}{a^3}\right)^2$. **10.36.** 2) 1; 4) 8; 6) 6. **10.37.** 1) 4; 3) 6; 5) 3. **10.39.** 70 кг. **10.40.** 2) 3^{-2}; 4) 5^{-3}; 6) z^{-4}. **10.41.** 1) $(m-2)^{-4}$; 3) $(9^nk^m)^{-1}$. **10.42.** 2) 10^{-5}; 4) 10^{-7}.

Скачано с сайта www.aversev.by

10.43. 1) $3 \cdot 10^{-5}$; 3) $2 \cdot 10^{-7}$. **10.44.** 2) 0,0049; 4) 0,0001988. **10.45.** 1) $\frac{1}{100\,000} = 10^{-5}$; 3) $\frac{1}{1\,000\,000} = 10^{-6}$. **10.46.** 2) $\frac{1}{32}$; 4) 81; 6) 0,001. **10.47.** 1) 1; 3) $-3\frac{3}{8}$; 5) $\frac{49}{64}$. **10.48.** 2) $\frac{1}{81}$; 4) $\frac{3}{239}$. **10.49.** 1) 1; 3) 0,04. **10.50.** 2) $\frac{1}{a^2}$; 4) $\frac{1}{m^{12}}$. **10.51.** 1) a^3; 3) a^{-11}. **10.52.** 2) a^{14}; 4) a. **10.53.** 1) b^7; 3) b^{-2}. **10.54.** 2) $-0{,}75a^{-9}b^{-7}c^5$; 4) $a^{22}b^{-6}c^{-10}$. **10.57.** 1) $6{,}0021 \cdot 10^{-3}$; 3) $4{,}28 \cdot 10^6$. **10.58.** 2) $2{,}00004 \cdot 10^1$; 4) $9\frac{49}{64} \cdot 10^{-4}$. **10.59.** 1) $6 \cdot 10^{-8}$ см; 3) $3 \cdot 10^{-8}$ см. **10.60.** 2) $1{,}3 \cdot 10^{-1}$ км; 4) $1{,}263 \cdot 10^2$ см; 6) $9 \cdot 10^{-3}$ дм; 8) $4{,}97 \cdot 10$ мм. **10.61.** 1) $1{,}44 \cdot 10^8$; 3) $3{,}6 \cdot 10^{-7}$; 5) $4\frac{17}{27} \cdot 10^1$. **10.62.** $8{,}05 \cdot 10^{18}$ км. **10.63.** $1{,}992 \cdot 10^{27}$ т. **10.64.** Земля: $l = 1{,}5 \cdot 10^8$ км $= 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м; $d = 1{,}274 \cdot 10^4$ км $= 1{,}274 \cdot 10^7$ м; Меркурий: $l = 5{,}984 \cdot 10^7$ км $=$ $= 5{,}984 \cdot 10^{10}$ м; $d = 4{,}9 \cdot 10^3$ км $= 4{,}9 \cdot 10^6$ м; Плутон: $l = 5{,}89424 \cdot 10^9$ км $= 5{,}89424 \cdot 10^{12}$ м; $d = 2{,}8 \cdot 10^3$ км $= 2{,}8 \cdot 10^6$ м; Уран: l км $= 2{,}870824 \cdot 10^9$ км $= 2{,}870824 \cdot 10^{12}$ м; $d = 5{,}07 \cdot 10^4$ км $= 5{,}07 \cdot 10^7$ м. **10.65.** Картофеля на $723\frac{9}{17}$ % продано больше. **10.66.** 2) $\approx 25{,}12$ дм; 4) $\approx 103{,}62$ см. **10.67.** 1) $\approx 50{,}24$ см; 3) $\approx 13{,}188$ дм. **10.68.** 40 000 км. **10.69.** 1) $\approx 125\,600$ м^2; 3) $\approx 301{,}57$ см^2. **10.70.** 2) $\approx 1017{,}36$ см^2; 4) $\approx 16{,}61$ м^2. **10.71.** $\approx 104{,}41$ см^2. **10.72.** 2) $\approx 28{,}26$ см^2. **10.73.** 1) $\approx 160{,}75$. **10.74.** 10 человек не участвуют в кружках; только спортом занимаются 11 человек. **10.75.** а) 6,75 га; 2200 м. **10.76.** Баскетбол, $30\frac{5}{9}$ %. **10.77.** 1) а) 16; б) 24. **10.78.** 2) 80 %. **10.79.** 1) 12,5 %. **10.81.** 1) Любой; 3) минус. **10.82.** 34.

Ответы к упражнениям для повторения курса математики 5-го класса

1. 1) 86; 2) 64. **2.** 275; 300; 600; 680; 825; 950; 1075; 1455; 1) 300; 600; 680; 950; 2) 300; 600; 825; 1455; 3) 275; 300; 600; 680; 825; 950; 1075; 1455; 4) 300; 600; 825; 1455. **3.** 1) 162; 189; 225; 417; 495; 528; 615; 822; 2) 215; 225; 495; 615; 3) 162;

Скачано с сайта www.aversev.by

189; 225; 495; 4) 162; 528; 822. **4.** 1) 0; 2) 4; 3) 2 или 6; 4) 4. **5.** 4. **6.** 1) $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{2}{3}$. **7.** 1) 504; 2) 45; 3) 252; 4) 276 кг; 5) 1,25 ц; 6) $1\frac{1}{9}$ км. **8.** 1) 24 400 кг; 2) 61 200 м; 3) $3\frac{2}{3}$ км; 4) $1\frac{49}{55}$ т. **9.** 1) 1 000 100; 1 000 000; 2) 610 001 001; 610 001 000; 3) 130 952; 131 000; 4) 2 408 215 152; 2 408 215 000. **10.** 1) 489; 2) 900; 3) 88 627; 4) 64 680. **11.** 1) $4\frac{7}{9}$; 2) $1\frac{5}{9}$; 3) $\frac{1}{7}$; 4) $5\frac{31}{40}$. **12.** 1) $\frac{11}{10}m+\frac{4}{15}n$; 2) $\frac{13}{20}k+\frac{23}{24}t$. **13.** 1) 2228; 2) 6801. **14.** 1) $3\frac{1}{3}$; 2) $2\frac{1}{3}$; 3) $4\frac{1}{2}$; 4) $1\frac{1}{3}$. **15.** 1) 67; 2) 898; 3) 65; 4) 1; 5) 384; 6) 5; 7) 0; 8) 0. **16.** 1) 101 000 105; 2) 199 092; 3) 104 829; 4) 941 097. **17.** 1) $4\frac{14}{15}$; 2) $8\frac{1}{13}$. **18.** 27 и 42. **19.** 160. **20.** 10 у брата, 90 у сестры. **21.** 36; 25; 9; 9. **22.** $166\frac{58}{125}$ м^2. **23.** 30 ч. **24.** 4 дня. **25.** 700 кг, 900 кг, 300 кг. **26.** 10 автомобилей.

Ответы к упражнениям для повторения курса математики 6-го класса

1. 1) 0,7; 2) 0,07; 3) 1,3; 4) 0,013. **2.** 1) 0,6; 0,45; 0,44; 0,104; 4,505; 2) 0,75; 0,14; 0,65; 0,07; 10,606. **3.** 1) 9,3; 9,34; 9,4; 2) 4,35; 4,356; 4,36. **4.** 1) 17,77; 2) 45,59; 3) 121,38; 4) 114,478. **5.** 1) 86,07; 2) 1,88; 3) 90,135; 4) 4,39025; 5) 29; 6) 34; 7) 2,4; 8) 0,29. **6.** 1) 1,5; 2) 5,1; 3) 110,25; 4) 237. **7.** 1) 25; 2) 400. **8.** 1) 100; 2) 70. **9.** 1) –490; 2) 0,3. **10.** 1) 0,6; 2) 0,5. **11.** 1) 0,9; 1,1; 2) –0,4; 6,4. **12.** 1) $-\frac{2}{7}$; 2) –2. **13.** 1) –1; 2) –1. **14.** 1) 5,25; 2) 7,5; 3) 0,54; 4) 1,17. **15.** 1) $\frac{7}{8}$; 2) $\frac{4}{7}$; 3) 2500; 4) 3000. **16.** 1) 1400 км; 2) 160. **17.** 1) 69 %; 2) 36 %. **18.** 1) 4,8 кг; 2) 26 кг. **19.** 1) 36; 2) 50. **20.** 1) $y=-\frac{2}{3}x$; 2) $y=-\frac{3}{4}x$.

Скачано с сайта www.aversev.by

Справочные материалы

Степени чисел

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81
n^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729
n^4	1	16	81	256	625	1296	2401	4096	6561
n^5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049
n^6	1	64	729	4096	15625	46656			
n^7	1	128	2187	16384	78125				
n^8	1	256	6561	65536					
n^9	1	512	19683						
n^{10}	1	1024							

Пример перехода от одних единиц измерения к другим

$$4315 \text{ мл} = 4{,}315 \cdot 10^3 \text{ мл} = 4{,}315 \cdot 10^3 \cdot 1 \text{ мл} =$$
$$= 4{,}315 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} \text{ л} = 4{,}315 \cdot 1 \text{ л} = 4{,}315 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

Полезно помнить

$4 \cdot 25 = 100$ $\qquad$ $3 \cdot 37 = 111$ $\qquad$ $8 \cdot 125 = 1000$

$\frac{1}{8} = 0{,}125 = 0{,}5^3 = 2^{-3}$ $\qquad$ $\frac{1}{4} = 0{,}25 = 0{,}5^2 = 2^{-2}$ $\qquad$ $\frac{1}{2} = 0{,}5 = 2^{-1}$

$20\,\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0{,}2$ $\qquad$ $75\,\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

$25\,\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0{,}25$ $\qquad$ $80\,\% = \frac{80}{100} = \frac{4}{5} = 0{,}8$

$50\,\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ $\qquad$ $100\,\% = \frac{100}{100} = 1$

Скачано с сайта www.aversev.by

Единицы объема

$1\ м^3 = 1000\ дм^3 = 10^3\ м^3$

$1\ м^3 = 1\,000\,000\ см^3 = 10^6\ см^3$

$1\ дм^3 = 1\ л = 10^3\ см^3$

$1\ см^3 = 1\ мл = 10^3\ мм^3$

$1\ дм^3 = 1\ л = 10^{-3}\ м^3$

$1\ см^3 = \frac{1}{1\,000\,000}\ м^3 = 10^{-6}\ м^3$

$1\ см^3 = 1\ мл = 10^{-3}\ л$

$1\ мм^3 = \frac{1}{1000}\ мл = 10^{-3}\ см^3$

Единицы массы

$1\ т = 1000\ кг = 10^3\ кг$

$1\ ц = 1000\ кг = 10^3\ кг$

$1\ кг = 1000\ кг = 10^3\ кг$

$1\ г = 1000\ мг = 10^3\ мг$

$1\ кг = \frac{1}{1000}\ т = 10^{-3}\ т$

$1\ кг = \frac{1}{100}\ ц = 10^{-2}\ ц$

$1\ г = \frac{1}{1000}\ кг = 10^{-3}\ кг$

$1\ мг = \frac{1}{1000}\ г = 10^{-3}\ г$

Единицы площади

$1\ км^2 = 1\,000\,000\ м^2 = 10^6\ м^2$

$1\ м^2 = \frac{1}{1\,000\,000}\ км^2 = 10^{-6}\ м^2$

$1\ м^2 = 100\ дм^2 = 10\,000\ см^2 = 10^4\ см^2$

$1\ см^2 = \frac{1}{10\,000}\ м^2 = 10^{-4}\ м^2 = 10^{-2}\ дм^2$

$1\ га = 100\ а = 10\,000\ м^2 = 10^4\ м^2$

$1\ а = 100\ м^2 = 10^2\ м^2$

$1\ м^2 = \frac{1}{10\,000}\ га = 10^{-4}\ га$

$1\ м^2 = \frac{1}{100}\ а = 10^{-2}\ а$

Скачано с сайта www.aversev.by

Предметный указатель

А

абсцисса точки *226*

Б

биссектриса угла *25*
боковая сторона равнобедренного треугольника *55*

В

взаимно обратные числа *242*
возведение в степень *266, 278*
– – – дроби *274*
– – – произведения *273*
– – – степени *272, 279*
– – – частного *274*

Г

график линейной зависимости *258*
– обратной пропорциональности *252*
– прямой пропорциональности *251*

Д

деление двух отрицательных чисел *246*
– чисел с разными знаками *246*
деление степеней с натуральными показателями *269*
– – – целыми показателями *279*
– числа в данном отношении *138*
десятичные знаки *4*
длина окружности *287*
дробь десятичная *4*

И

изображение десятичных дробей на координатном луче *22*

К

координатная прямая *182*
– плоскость *226*
координатные углы *225*
– четверти *225*
координаты точки *226*
коэффициент обратной пропорциональности *252*
– прямой пропорциональности *250*
круговая диаграмма *290*

Л

линейная зависимость *257*
луч отрицательный *182*
– положительный *182*

М

масштаб *145*
метрическая система мер *12*
модуль числа *197*

Н

направление отрицательное *182*
– положительное *182*
начало координат *225*
– отсчета *182*

Скачано с сайта www.aversev.by

О

обращение десятичной дроби в обыкновенную *9*
обратно пропорциональные величины *136*
округление десятичных дробей *42*
ордината точки *226*
оси координат *225*
основание равнобедренного треугольника *55*
– степени *265*
основное свойство пропорции *128*
ось абсцисс *225*
– ординат *225*
– симметрии *173, 174*
отношение величин *120*
– чисел *120*

П

площадь круга *287*
показатель степени *265*
порядок числа *283*
приближенное значение *44*
признак пропорции *128*
пропорция *127*
процент *150*
процентное отношение *157*
прямо пропорциональные величины *133*
прямоугольная система координат *225*

Р

равенство десятичных дробей *16*
разряд *8*
расстояние между точками на координатной прямой *222*

С

симметрия осевая *173*
– центральная *188*
сравнение десятичных дробей *18*
– рациональных чисел *201*
стандартный вид числа *283*
степень с нулевым показателем *279*
– – отрицательным показателем *279*

Т

треугольник остроугольный *51*
– прямоугольный *51*
– равнобедренный *51*
– равносторонний *51*
– разносторонний *51*
– тупоугольный *51*

У

углы при основании равнобедренного треугольника *55*
умножение двух отрицательных чисел *232*
– чисел с разными знаками *232*
умножение степеней с натуральными показателями *268*
– – – целыми показателями *279*

Скачано с сайта www.aversev.by

Ф

Фигура, симметричная относительно прямой *175*
– – – точки *189*
– центрально–симметричная *189*
фигуры, симметричные относительно прямой *173*
– – – точки *188*
формула прямой пропорциональности *250*
– обратной пропорциональности *252*

Ц

центр симметрии *188*
– – фигуры *189*

Ч

числа противоположные *192*
– целые *194*
число отрицательное *179*
– положительное *178*
– рациональное *179*
члены отношения *120*
– пропорции крайние *127*
– – средние *127*

Скачано с сайта www.aversev.by

Содержание

От авторов 3

Глава 1. Десятичные дроби
1.1. Понятие десятичной дроби 4
1.2. Разряды в записи десятичных дробей 8
1.3. Метрическая система мер 12
1.4. Равенство десятичных дробей 16
1.5. Сравнение десятичных дробей 18
1.6. Изображение десятичных дробей на координатном луче 22
1.7. Биссектриса угла 25

Глава 2. Сложение и вычитание десятичных дробей
2.1. Сложение десятичных дробей 29
2.2. Переместительный и сочетательный законы сложения 34
2.3. Вычитание десятичных дробей 36
2.4. Округление десятичных дробей 42
2.5. Числовые выражения с двумя действиями — сложением и вычитанием 48
2.6. Виды треугольников 51
2.7. Углы равнобедренного треугольника 54

Глава 3. Умножение десятичных дробей
3.1. Умножение десятичной дроби на 10; 100; 1000; ... 58
3.2. Умножение десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001; ... 61
3.3. Умножение десятичных дробей 65
3.4. Законы умножения 71
3.5. Задачи на сложение, вычитание и умножение десятичных дробей 76
3.6. Числовые выражения с тремя действиями — сложением, вычитанием и умножением 81

Глава 4. Деление десятичных дробей
4.1. Деление десятичной дроби на 10; 100; 1000; ... Деление десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001; ... 85

Скачано с сайта www.aversev.by

4.2. Деление десятичной дроби на натуральное число ... 89
4.3. Деление десятичных дробей 95
4.4. Числовые выражения с десятичными дробями 100
4.5. Обращение обыкновенной дроби в десятичную 103
4.6. Числовые выражения с десятичными и обыкновенными дробями 107
4.7. Задачи на все действия с дробями 113

Глава 5. Пропорции
5.1. Отношение чисел и величин 120
5.2. Пропорция 127
5.3. Прямо пропорциональные величины 131
5.4. Обратно пропорциональные величины 135
5.5. Деление числа на части пропорционально данным числам 138
5.6. Масштаб 144

Глава 6. Проценты
6.1. Понятие процента 150
6.2. Нахождение числа по его процентам. Нахождение процентного отношения двух чисел 156
6.3. Проценты и пропорции 163
6.4. Более сложные задачи на проценты 168
6.5. Осевая симметрия 173

Глава 7. Рациональные числа
7.1. Понятие рационального числа 178
7.2. Координатная прямая 182
7.3. Центральная симметрия 188
7.4. Противоположные числа 192
7.5. Модуль числа 197
7.6. Сравнение чисел 201

Глава 8. Сложение и вычитание рациональных чисел
8.1. Сложение рациональных чисел 207
8.2. Законы сложения рациональных чисел 213
8.3. Вычитание рациональных чисел 216
8.4. Расстояние между двумя точками координатной прямой 222
8.5. Координатная плоскость 225

Скачано с сайта www.aversev.by

Глава 9. Умножение и деление рациональных чисел
9.1. Умножение рациональных чисел 231
9.2. Законы умножения рациональных чисел 237
9.3. Взаимно обратные числа 242
9.4. Деление рациональных чисел 245
9.5. Графики прямой и обратной пропорциональности 249
9.6. График линейной зависимости 257
9.7. Упражнения на все действия с рациональными числами 261

Глава 10. Степень с целым показателем
10.1. Степень с натуральным показателем 265
10.2. Умножение и деление степеней с натуральными показателями 268
10.3. Возведение в степень степени, произведения и частного (дроби) 272
10.4. Степени с нулевым и целым отрицательным показателями 278
10.5. Стандартный вид числа 283
10.6. Длина окружности. Площадь круга 286
10.7. Круговая диаграмма 290

Упражнения для повторения курса математики 5-го класса 294
Упражнения для повторения курса математики 6-го класса 298
Ответы 301
Справочные материалы 320
Предметный указатель 322

Скачано с сайта www.aversev.by

(Название и номер учреждения общего среднего образования)

Учебный год	Имя и фамилия учащегося	Состояние учебного пособия при получении	Оценка учащемуся за пользование учебным пособием
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			

Учебное издание

Кузнецова Елена Павловна
Муравьева Галина Леонидовна
Шнеперман Лев Борисович и др.

МАТЕМАТИКА

Учебное пособие для 6 класса
учреждений общего среднего образования
с русским языком обучения

2-е издание, исправленное

Нач. редакционно-издательского отдела *Г. И. Бондаренко*
Редактор *Н. Н. Мамчиц*
Обложка художника *И. А. Усенко*
Компьютерная верстка *А. Н. Киселева*
Корректоры *Д. Р. Лосик, В. П. Шкредова, Е. В. Шобик*

Подписано в печать 24.04.2014. Формат 60×90/16. Бумага офсетная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 20,5. Уч.-изд. л. 11,96.
Тираж 90 500 экз. Заказ

Научно-методическое учреждение «Национальный институт образования»
Министерства образования Республики Беларусь. Свидетельство
о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/263 от 02.04.2014. Ул. Короля, 16, 220004, г. Минск

ОАО «Полиграфкомбинат им. Якуба Коласа». Свидетельство
о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 2/3 от 04.10.2013. Ул. Корженевского, 20,
220024, г. Минск

Скачано с сайта www.aversev.by